

Отборочный этап. 8 класс

Задача 1 / 1. В бутылку объёмом $V = 2$ л засыпали ледяные градины массы $m_{\text{л}} = 1,0$ кг. Оставшееся свободное место в бутылке заполнили водой до самого края. Начальная температура воды равна $t_0 = 97^\circ\text{C}$, после полного таяния града температура содержимого бутылки стала равна $t = 3^\circ\text{C}$. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Найдите начальную температуру t_1 ледяных градин. Ответ дайте в градусах Цельсия с точностью до целого числа.

Удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг · °C); удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100$ Дж/(кг · °C); удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг; плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³; плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

Возможное решение

Объём бутылки равен V , объём льда массой $m_{\text{л}}$:

$$V_{\text{л}} = \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}}.$$

Тогда объём долитой воды

$$V_{\text{в}} = V - V_{\text{л}} = V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}},$$

а её масса

$$m_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} V_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} \left(V - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{л}}} \right).$$

Горячая вода остыла от температуры t_0 до t , отдав при этом количество теплоты

$$Q_{\text{отд}} = c_{\text{в}} m_{\text{в}} (t_0 - t).$$

Лёд, имея начальную температуру $t_1 < 0^\circ\text{C}$, сначала нагрелся до температуры 0°C , затем расплавился и полученная вода нагрелась до температуры t :

$$Q_{\text{пол}} = c_{\text{л}} m_{\text{л}} (0^\circ\text{C} - t_1) + \lambda m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m_{\text{л}} (t - 0^\circ\text{C}).$$

По условию теплотерь нет, значит $Q_{\text{отд}} = Q_{\text{пол}}$. Уравнение теплового баланса с учетом полученных выражений:

$$c_{\text{в}} m_{\text{в}} (t_0 - t) = -c_{\text{л}} m_{\text{л}} t_1 + \lambda m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m_{\text{л}} t.$$

Отсюда

$$t_1 = \frac{\lambda m_{\text{л}} + c_{\text{в}} m_{\text{л}} t - c_{\text{в}} m_{\text{в}} (t_0 - t)}{c_{\text{л}} m_{\text{л}}} \approx -4^\circ\text{C}.$$

Ответ: $t_1 \approx -4^\circ\text{C}$.

Задача 1 / 2. В бутылку объёмом $V = 1,5$ л засыпали ледяные градины массы $m_{\text{л}} = 0,7$ кг. Оставшееся свободное место в бутылке заполнили водой до самого края. Начальная температура воды равна $t_0 = 83^\circ\text{C}$, после полного таяния града температура содержимого бутылки стала равна $t = 2^\circ\text{C}$. Теплообменом с окружающей средой пренебречь. Найдите начальную температуру t_1 ледяных градин. Ответ дайте в градусах Цельсия с точностью до целого числа.

Удельная теплоёмкость воды $c_{\text{в}} = 4200$ Дж/(кг · °C); удельная теплоёмкость льда $c_{\text{л}} = 2100$ Дж/(кг · °C); удельная теплота плавления льда $\lambda = 330$ кДж/кг; плотность льда $\rho_{\text{л}} = 900$ кг/м³; плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³.

Ответ: $t_1 \approx -6^\circ\text{C}$.

Задача 2 / 1. Имеется система из трех одинаковых вертикальных сообщающихся сосудов, частично заполненных водой. Площадь поперечного сечения каждого сосуда равна S . В левый сосуд доливают слой керосина высотой $H_1 = 20$ см, а в правый сосуд – слой масла высотой $H_2 = 10$ см. Жидкости не смешиваются и не выливаются из трубок. На сколько изменится уровень воды в среднем сосуде по сравнению с первоначальным после установления равновесия? Ответ дайте в сантиметрах с точностью до десятых. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³; плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 800$ кг/м³; плотность масла $\rho_{\text{м}} = 900$ кг/м³.

Возможное решение

Обозначим искомое изменение уровня воды в среднем сосуде как Δh_{mid} . Пусть уровни воды в левом и правом сосудах опустились на x и y соответственно.

Поскольку объем воды не изменился, то в центральном колене уровень воды поднялся на высоту:

$$\Delta h_{\text{mid}} = x + y \quad (1)$$

Запишем условие равенства давлений в левом и центральном сосудах на уровне границы раздела вода-керосин:

$$P_{\text{left}} = P_{\text{mid}} \implies \rho_{\text{к}}gH_1 = \rho_{\text{в}}g(\Delta h_{\text{mid}} + x) \quad (2)$$

Аналогично для правого и центрального сосудов:

$$P_{\text{right}} = P_{\text{mid}} \implies \rho_{\text{м}}gH_2 = \rho_{\text{в}}g(\Delta h_{\text{mid}} + y) \quad (3)$$

Складывая уравнения (2) и (3) с учетом выражения (1):

$$\rho_{\text{к}}gH_1 + \rho_{\text{м}}gH_2 = \rho_{\text{в}}g(\Delta h_{\text{mid}} + x + \Delta h_{\text{mid}} + y) = 3\rho_{\text{в}}g\Delta h_{\text{mid}}$$

Откуда получаем:

$$\Delta h_{\text{mid}} = \frac{\rho_{\text{к}}H_1 + \rho_{\text{м}}H_2}{3\rho_{\text{в}}} \approx 8,3 \text{ см.}$$

Ответ: $\Delta h_{\text{mid}} = 8,3$ см.

Задача 2 / 2. Имеется система из трех одинаковых вертикальных сообщающихся сосудов, частично заполненных водой. Площадь поперечного сечения каждого сосуда равна S . В левый сосуд доливают слой керосина высотой $H_1 = 24$ см, а в правый сосуд – слой масла высотой $H_2 = 12$ см. Жидкости не смешиваются и не выливаются из трубок. На сколько изменится уровень воды в среднем сосуде по сравнению с первоначальным после установления равновесия? Ответ дайте в сантиметрах с точностью до десятых. Плотность воды $\rho_{\text{в}} = 1000$ кг/м³; плотность керосина $\rho_{\text{к}} = 780$ кг/м³; плотность масла $\rho_{\text{м}} = 920$ кг/м³.

Ответ: $\Delta h_{\text{mid}} = 9,9$ см.

Задача 3 / 1. Ученик восьмого класса Вова хочет использовать гелиевые воздушные шары, чтобы поднять себя над землей вместе со стулом, на котором он сидит. Радиус каждого воздушного шара равен $R = 30$ см, а общая масса Вовы и стула равна $m = 90$ кг. В ответе укажите минимальное количество шариков, которое ему потребуется. Плотность гелия $\rho_{\text{гелия}} = 0,18$ кг/м³; плотность воздуха $\rho_{\text{воздуха}} = 1,29$ кг/м³; $\pi = 3,14$. Считайте, что масса оболочки воздушного шара пренебрежимо мала. Объёмом Вовы и стула по сравнению с суммарным объёмом гелиевых шариков пренебречь.

Примечание: объём шара радиуса R можно вычислить по формуле $V_{\text{шара}} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Возможное решение

Для того, чтобы вся конструкция поднялась над землей, необходимо, чтобы сила Архимеда, действующая на шары превосходила силу тяжести конструкции. Масса всей системы состоит из массы Вовы, массы стула, а также массы гелия в шарах. Пусть N – количество шаров. Таким образом,

$$F_{\text{тяжести}} < F_{\text{Архимеда}}.$$

С учетом выражения для силы Архимеда:

$$(m + \rho_{\text{гелия}}NV_{\text{шара}})g < \rho_{\text{воздуха}}gNV_{\text{шара}}.$$

Перегруппируем слагаемые в частях неравенства:

$$m < (\rho_{\text{воздуха}} - \rho_{\text{гелия}})NV_{\text{шара}}.$$

Тогда необходимое количество шаров удовлетворяет неравенству:

$$N > \frac{m}{\frac{4}{3}\pi R^3(\rho_{\text{воздуха}} - \rho_{\text{гелия}})} \approx 717,3.$$

Откуда следует, что минимальное количество шаров равно 718.

Ответ: $N_{\text{мин}} = 718$.

Задача 3 / 2. Ученик восьмого класса Вова хочет использовать гелиевые воздушные шары, чтобы поднять себя над землей вместе со стулом, на котором он сидит. Радиус каждого воздушного шара равен $R = 35$ см, а общая масса Вовы и стула равна $m = 80$ кг. В ответе укажите минимальное количество шариков, которое ему потребуется. Плотность гелия $\rho_{\text{гелия}} = 0,18$ кг/м³; плотность воздуха $\rho_{\text{воздуха}} = 1,29$ кг/м³; $\pi = 3,14$. Считайте, что масса оболочки воздушного шара пренебрежимо мала. Объёмом Вовы и стула по сравнению с суммарным объёмом гелиевых шариков пренебречь.

Примечание: объём шара радиуса R можно вычислить по формуле $V_{\text{шара}} = \frac{4}{3}\pi R^3$.

Ответ: $N_{\text{мин}} = 402$.

Задача 4 / 1. Шурик проводит опыт по изучению теплопроводности теплоизоляционных материалов. У него есть два одинаковых герметичных контейнера с одинаковой площадью поверхности, помещенных в лаборатории, где температура воздуха постоянна и равна $t_{\text{лаб}} = 20^\circ\text{C}$. Первый контейнер Шурик покрыл слоем теплоизоляции из материала A толщиной $d_1 = 4$ см. Внутри этого контейнера поддерживается температура $t_1 = 50^\circ\text{C}$. Для поддержания этой температуры требуется мощность нагревателя $P_1 = 15$ Вт. Второй контейнер покрыт слоем теплоизоляции из материала B толщиной $d_2 = 2$ см, а внутренняя температура во втором контейнере равна $t_2 = 30^\circ\text{C}$.

Мощность P теплоотдачи через теплоизоляционный слой можно вычислить по формуле:

$$P = \lambda \frac{S\Delta t}{d},$$

где Δt – разность температур на границах слоя, S – площадь поперечного сечения слоя, d – толщина слоя, λ – коэффициент теплопроводности материала теплоизоляционного слоя.

Известно, что коэффициент теплопроводности материала B в два раза больше, чем у материала A : $\lambda_B = 2\lambda_A$. Найдите мощность P_2 , необходимую для поддержания температуры t_2 во втором контейнере. Ответ дайте в ваттах с точностью до целого числа.

Возможное решение

Запишем выражения для мощностей теплоотдачи через теплоизоляционный слой в первом и втором контейнерах:

$$P_1 = \lambda_A \frac{S(t_1 - t_{\text{лаб}})}{d_1}$$

$$P_2 = \lambda_B \frac{S(t_2 - t_{\text{лаб}})}{d_2}$$

Разделив уравнения друг на друга, получим:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\lambda_B (t_2 - t_{\text{лаб}}) d_1}{\lambda_A (t_1 - t_{\text{лаб}}) d_2}$$

Откуда находим искомую мощность:

$$P_2 = \frac{\lambda_B (t_2 - t_{\text{лаб}}) d_1}{\lambda_A (t_1 - t_{\text{лаб}}) d_2} P_1 = 20 \text{ Вт.}$$

Ответ: $P_2 = 20 \text{ Вт.}$

Задача 4 / 2. Шурик проводит опыт по изучению теплопроводности теплоизоляционных материалов. У него есть два одинаковых герметичных контейнера с одинаковой площадью поверхности, помещенных в лаборатории, где температура воздуха постоянна и равна $t_{\text{лаб}} = 18^\circ\text{C}$. Первый контейнер Шурик покрыл слоем теплоизоляции из материала A толщиной $d_1 = 5$ см. Внутри этого контейнера поддерживается температура $t_1 = 48^\circ\text{C}$. Для поддержания этой температуры требуется мощность нагревателя $P_1 = 12$ Вт. Второй контейнер покрыт слоем теплоизоляции из материала B толщиной $d_2 = 3$ см, а внутренняя температура во втором контейнере равна $t_2 = 33^\circ\text{C}$.

Мощность P теплоотдачи через теплоизоляционный слой можно вычислить по формуле:

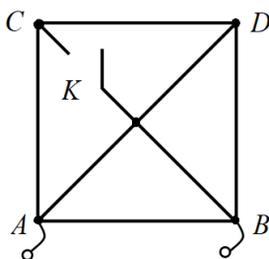
$$P = \lambda \frac{S\Delta t}{d},$$

где Δt – разность температур на границах слоя, S – площадь поперечного сечения слоя, d – толщина слоя, λ – коэффициент теплопроводности материала теплоизоляционного слоя.

Известно, что коэффициент теплопроводности материала B в полтора раза больше, чем у материала A : $\lambda_B = 1,5\lambda_A$. Найдите мощность P_2 , необходимую для поддержания температуры t_2 во втором контейнере. Ответ дайте в ваттах с точностью до целого числа.

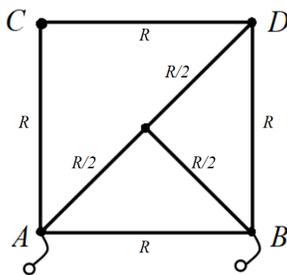
Ответ: $P_2 = 15 \text{ Вт.}$

Задача 5 / 1. На схеме изображён электрический контур в форме квадрата. Все четыре стороны квадрата и обе его диагонали – проволочные отрезки с одинаковыми сопротивлениями $R = 1$ Ом. Центральная точка квадрата является узлом и делит проволочные отрезки диагоналей пополам. Систему подключают к источнику постоянного тока к точкам A и B . Найдите, на сколько процентов уменьшится общее сопротивление контура после замыкания ключа K . Проволочный отрезок BC диагонали квадрата с замкнутым ключом K имеет сопротивление $R = 1$ Ом. Ответ округлите до целого числа.

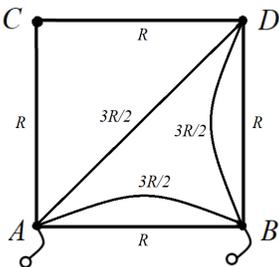


Возможное решение

При разомкнутом ключе схема цепи выглядит следующим образом:



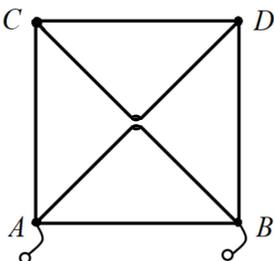
Заменяем эквивалентным преобразованием «звезду» из трёх резисторов в центре схемы на «треугольник»:



Получив цепь, состоящую из попарно параллельно соединенных резисторов, получаем эквивалентное сопротивление между точками A и B :

$$R_{\text{раз}} = \frac{17}{40}R.$$

При замкнутом ключе схема упрощается, при этом центральный узел схемы может быть разделен ввиду симметрии схемы:



и эквивалентное сопротивление между A и B становится

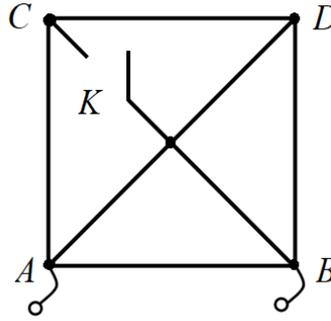
$$R_{\text{зам}} = \frac{5}{12}R.$$

Процент уменьшения сопротивления:

$$p = \frac{R_{\text{раз}} - R_{\text{зам}}}{R_{\text{раз}}} \cdot 100\% \approx 2\%.$$

Ответ: 2%.

Задача 5 / 2. На схеме изображён электрический контур в форме квадрата. Все четыре стороны квадрата и обе его диагонали – проволочные отрезки с одинаковыми сопротивлениями $R = 2$ Ом. Центральная точка квадрата является узлом и делит проволочные отрезки диагоналей пополам. Систему подключают к источнику постоянного тока к точкам A и B . Найдите, на сколько уменьшится общее сопротивление контура после замыкания ключа. Проволочный отрезок BC диагонали квадрата с замкнутым ключом K имеет сопротивление $R = 2$ Ом. Ответ дайте в омах с точностью до сотых.



Ответ: $|\Delta R| = 0,02$ Ом.