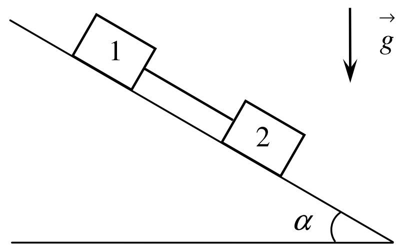
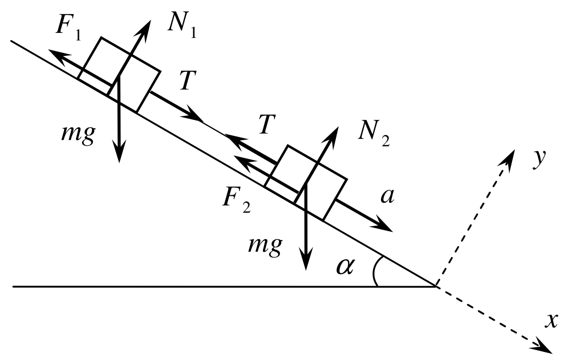
Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2026

Отборочный этап. 11 класс

Задача 1 / 1. Два прямоугольных бруска 1 и 2 массой $m = 0{,}4$ кг каждый, соединённые невесомой и нерастяжимой нитью, соскальзывают с наклонной плоскости, образующей с горизонтом угол $\alpha = 30°$. Коэффициенты трения брусков о плоскость равны $\mu_1 = 0{,}3$ и $\mu_2 = 0{,}15$. Найдите силу натяжения нити T при движении брусков. Ответ выразите в ньютонах и округлите до сотых. Считайте, что нить параллельна наклонной плоскости. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Возможное решение



Рассмотрим движение брусков в неподвижной системе отсчёта, связанной с наклонной плоскостью. В этой системе на первый брусок действует сила тяжести mg, сила нормальной реакции плоскости N_1, сила трения скольжения F_1 и сила натяжения нити T. Для второго бруска имеем силы mg, N_2, F_2 и T. Обозначим через a ускорение брусков. Направим ось x вдоль вектора ускорения, а ось y перпендикулярно наклонной плоскости вверх. Запишем уравнения движения брусков в проекциях на выбранные оси:

$$ma = mg\sin\alpha - F_1 + T\,, \quad N_1 - mg\cos\alpha = 0\,,$$

$$ma = mg\sin\alpha - F_2 - T\,, \quad N_2 - mg\cos\alpha = 0\,.$$

Далее имеем:

$$N_1 = N_2 = mg\cos\alpha\,, \quad F_1 = \mu_1 N_1 = \mu_1 mg\cos\alpha\,, \quad F_2 = \mu_2 N_2 = \mu_2 mg\cos\alpha\,,$$

$$ma = mg\sin\alpha - \mu_1 mg\cos\alpha + T\,,$$

$$ma = mg\sin\alpha - \mu_2 mg\cos\alpha - T\,.$$

Приравнивая правые части двух последних уравнений, находим силу натяжения нити:

$$mg\sin\alpha - \mu_1 mg\cos\alpha + T = mg\sin\alpha - \mu_2 mg\cos\alpha - T\,,$$

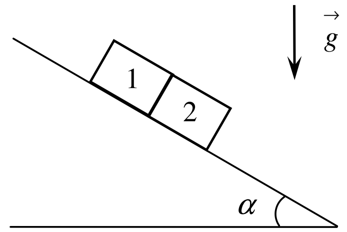
$$2T = \mu_1 mg\cos\alpha - \mu_2 mg\cos\alpha\,,$$

$$T = \frac{mg}{2}\,(\,\mu_1 - \mu_2\,)\,\cos\alpha = 0{,}26\ \text{Н}\,.$$

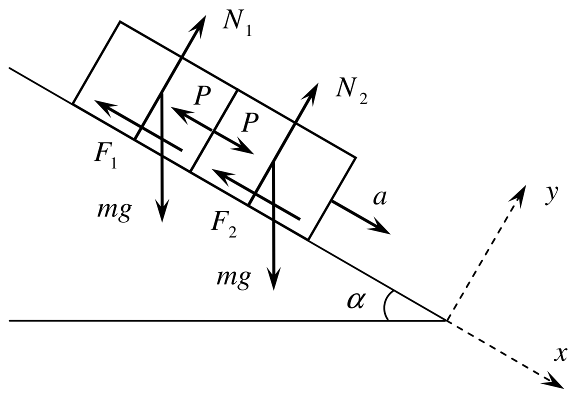
Ответ:

$$T = \frac{mg}{2}\,(\,\mu_1 - \mu_2\,)\,\cos\alpha = 0{,}26\ \text{Н}\,.$$

Задача 1 / 2. Два прямоугольных бруска 1 и 2 одинаковых размеров и массы $m = 0{,}5$ кг каждый поставлены вплотную друг к другу на наклонную плоскость, образующую с горизонтом угол $\alpha = 45°$. Коэффициенты трения брусков о плоскость равны $\mu_1 = 0{,}2$ и $\mu_2 = 0{,}4$. Найдите силу давления P бруска 1 на брусок 2 при соскальзывании брусков с плоскости. Ответ выразите в ньютонах и округлите до сотых. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Возможное решение



Рассмотрим движение брусков в неподвижной системе отсчёта, связанной с наклонной плоскостью. В этой системе на первый брусок действует сила тяжести mg, сила нормальной реакции плоскости N_1, сила трения скольжения F_1 и сила давления P со стороны виорого бруска. Для второго бруска имеем силы mg, N_2, F_2 и P. Обозначим через a ускорение брусков. Направим ось x вдоль вектора ускорения, а ось y перпендикулярно наклонной плоскости вверх. Запишем уравнения движения брусков в проекциях на выбранные оси:

$$ma = mg\sin\alpha - F_1 - P\,, \quad N_1 - mg\cos\alpha = 0\,,$$

$$ma = mg\sin\alpha - F_2 + P\,, \quad N_2 - mg\cos\alpha = 0\,.$$

Далее имеем:

$$N_1 = N_2 = mg\cos\alpha\,, \quad F_1 = \mu_1 N_1 = \mu_1 mg\cos\alpha\,, \quad F_2 = \mu_2 N_2 = \mu_2 mg\cos\alpha\,,$$

$$ma = mg\sin\alpha - \mu_1 mg\cos\alpha - P\,,$$

$$ma = mg\sin\alpha - \mu_2 mg\cos\alpha + P\,.$$

Приравнивая правые части двух последних уравнений, находим силу давления P:

$$mg\sin\alpha - \mu_1 mg\cos\alpha - P = mg\sin\alpha - \mu_2 mg\cos\alpha + P\,,$$

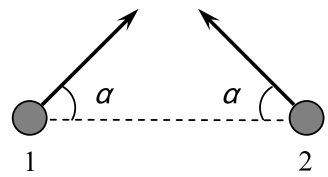
$$2P = \mu_2 mg\cos\alpha - \mu_1 mg\cos\alpha\,,$$

$$P = \frac{mg}{2}\,(\,\mu_2 - \mu_1\,)\,\cos\alpha = 0{,}35\ \text{Н}\,.$$

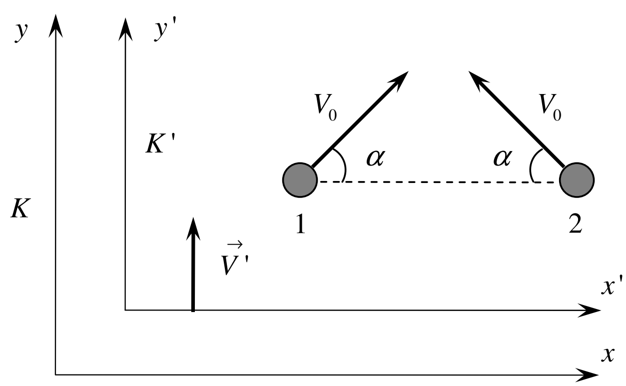
Ответ:

$$P = \frac{mg}{2}\,(\,\mu_2 - \mu_1\,)\,\cos\alpha = 0{,}35\ \text{Н}\,.$$

Задача 2 / 1. Две круглые резиновые шайбы 1 и 2 скользят по льду с одинаковыми по абсолютной величине скоростями. Отношение масс шайб $m_1/m_2 = 3$. В некоторый момент времени векторы скоростей шайб образуют угол $\alpha = 30°$ с отрезком, соединяющим центры шайб. Найдите угол β между направлениями скоростей шайб после их абсолютно упругого столкновения. Ответ выразите в градусах и округлите до целого значения. Трение и вращение шайб не учитывайте.



Возможное решение



Введём неподвижную систему отсчёта K, связанную со льдом. Направим ось x этой системы вдоль отрезка, соединяющего шайбы, а ось y в сторону движения шайб. Обозначим через V_0 начальную скорость шайб в системе K. Перейдём в систему отсчёта K', движущуюся поступательно относительно системы K в направлении оси y со скоростью $V' = V_0 \sin\alpha$. Оси системы K' будем считать параллельными осям системы K. В системе K' имеем центральное абсолютно упругое столкновение шайб, движущихся навстречу друг другу вдоль оси $x\,'$ с одинаковыми начальными скоростями $V_0\cos\alpha$. Обозначим через $\overrightarrow{U_1}$ и $\overrightarrow{U_2}$ скорости шайб после столкновения в системе K'. Эти векторы направлены по или против оси $x\,'$. Запишем законы сохранения импульса и энергии в системе K':

$$m_1 V_0 \cos\alpha - m_2 V_0 \cos\alpha = m_1 U_1 + m_2 U_2\,,$$

$$\frac{m_1 V_0^2 \cos^2\alpha}{2} + \frac{m_2 V_0^2 \cos^2\alpha}{2} = \frac{m_1 U_1^2}{2} + \frac{m_2 U_2^2}{2}\,.$$

Здесь U_1 и U_2 - проекции векторов $\overrightarrow{U_1}$ и $\overrightarrow{U_2}$ на ось $x\,'$. Обозначим через k отношение масс шайб:

$$k = \frac{m_1}{m_2}\,.$$

Тогда уравнения принимают вид:

$$k\,V_0\cos\alpha - V_0\cos\alpha = k\,U_1 + U_2 \quad\longrightarrow\quad k\,(\,V_0\cos\alpha - U_1\,) = U_2 + V_0\cos\alpha\,,$$

$$k\,V_0^2\cos^2\alpha + V_0^2\cos^2\alpha = k\,U_1^2 + U_2^2 \quad\longrightarrow\quad k\,(\,V_0^2\cos^2\alpha - U_1^2\,) = U_2^2 - V_0^2\cos^2\alpha\,.$$

Перепишем последнее уравнение так:

$$\underline{k\,(\,V_0\cos\alpha - U_1\,)}\,(\,V_0\cos\alpha + U_1\,) = \underline{(\,U_2 + V_0\cos\alpha\,)}\,(\,U_2 - V_0\cos\alpha\,)\,.$$

Поскольку подчёркнутые сомножители совпадают, уравнение упрощается:

$$V_0\cos\alpha + U_1 = U_2 - V_0\cos\alpha \quad\longrightarrow\quad U_2 = 2V_0\cos\alpha + U_1\,.$$

Отметим, что формально подчёркнутые сомножители могут обращаться в нуль при $U_1 = V_0\cos\alpha$ и $U_2 = -V_0\cos\alpha$. Этот случай соответствует отсутствию взаимодействия между шайбами и должен быть отброшен как нефизический. Окончательно получаем систему двух линейных уравнений для скоростей U_1 и U_2:

$$k\,(\,V_0\cos\alpha - U_1\,) = U_2 + V_0\cos\alpha\,,$$

$$U_2 = 2V_0\cos\alpha + U_1\,.$$

Подставляя значение U_2 в первое уравнение, получаем:

$$k\,V_0\cos\alpha - k\,U_1 = 2V_0\cos\alpha + U_1 + V_0\cos\alpha \quad\longrightarrow\quad U_1 = \left(\frac{k-3}{k+1}\right)V_0\cos\alpha\,,$$

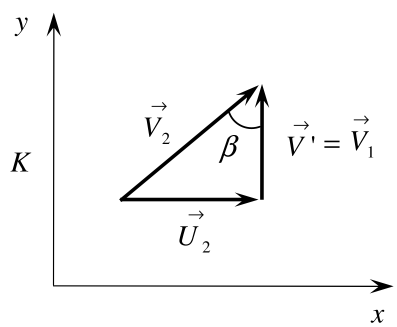
$$U_2 = 2V_0\cos\alpha + U_1 = 2V_0\cos\alpha + \left(\frac{k-3}{k+1}\right)V_0\cos\alpha = \left(\frac{3\,k-1}{k+1}\right)V_0\cos\alpha$$

При $k=3$ имеем:

$$U_1 = 0\,,\quad U_2 = 2V_0\cos\alpha\,.$$

Таким образом, в системе отсчёта K' тяжёлая шайба 1 после столкновения останавливается, а лёгкая шайба 2 движется в направлении оси $x\,'$ с удвоенной скоростью. Конечные скорости шайб в неподвижной системе отсчёта K равны:

$$\overrightarrow{V_1} = \overrightarrow{V'} + \overrightarrow{U_1} = \overrightarrow{V'}\,,\quad \overrightarrow{V_2} = \overrightarrow{V'} + \overrightarrow{U_2}\,.$$



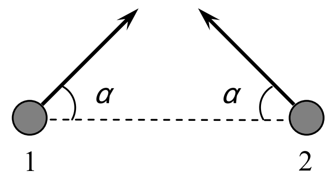
Векторы $\overrightarrow{V'}$, $\overrightarrow{U_2}$ и $\overrightarrow{V_2}$ образуют прямоугольный треугольник, из которого можно легко найти угол β:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{U_2}{V'} = \frac{2V_0\cos\alpha}{V_0\sin\alpha} = 2\operatorname{ctg}\alpha \quad\longrightarrow\quad \beta = \operatorname{arctg}(\,2\operatorname{ctg}\alpha\,) = 74^\circ\,.$$

Ответ:

$$\beta = \operatorname{arctg}(\,2\operatorname{ctg}\alpha\,) = 74^\circ\,.$$

Задача 2 / 2. Две круглые резиновые шайбы 1 и 2 скользят по льду с одинаковыми по абсолютной величине скоростями. Отношение масс шайб $m_1/m_2 = 1/3$. В некоторый момент времени векторы скоростей шайб образуют угол $\alpha = 60°$ с отрезком, соединяющим центры шайб. Найдите угол β между направлениями скоростей шайб после их абсолютно упругого столкновения. Ответ выразите в градусах и округлите до целого значения. Трение и вращение шайб не учитывайте.



Возможное решение

Воспользуемся результатами предыдущей задачи:

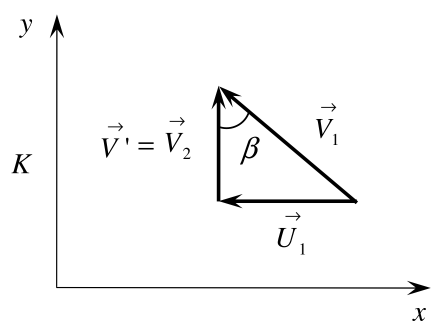
$$U_1 = \left(\frac{k-3}{k+1}\right) V_0 \cos\alpha\,, \quad U_2 = \left(\frac{3\,k-1}{k+1}\right) V_0 \cos\alpha\,, \quad k = \frac{m_1}{m_2}\,.$$

При $k = 1/3$ имеем:

$$U_1 = -2V_0 \cos\alpha\,, \quad U_2 = 0\,.$$

Таким образом, в системе отсчёта K' тяжёлая шайба 2 после столкновения останавливается, а лёгкая шайба 1 движется против оси x' с удвоенной скоростью. Конечные скорости шайб в неподвижной системе отсчёта K равны:

$$\vec{V_1} = \vec{V'} + \vec{U_1}\,, \quad \vec{V_2} = \vec{V'} + \vec{U_2} = \vec{V'}\,.$$



Векторы $\vec{V'}$, $\vec{U_1}$ и $\vec{V_1}$ образуют прямоугольный треугольник, из которого можно легко найти угол β:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{|\,U_1|}{V'} = \frac{2V_0\cos\alpha}{V_0\sin\alpha} = 2\operatorname{ctg}\alpha \quad \longrightarrow \quad \beta = \operatorname{arctg}\left(\,2\operatorname{ctg}\alpha\,\right) = 49°\,.$$

Ответ:

$$\beta = \operatorname{arctg}\left(\,2\operatorname{ctg}\alpha\,\right) = 49°\,.$$

Задача 3 / 1. В горизонтальном цилиндре объёмом $V_1 = 10$ л находится насыщенный пар некоторой жидкости при температуре $T_1 = 480$ К. Пар изохорически охлаждают до температуры $T_2 = 400$ К, а затем изотермически расширяют. При этом пар совершает работу $A = 1$ кДж. Считая, что пар всё время остаётся насышенным, найдите число молей ν_x сконденсировавшейся жидкости. Ответ округлите до десятых. Давления насыщенного пара при температурах T_1 и T_2 равны соответственно $P_1 = 0,48$ МПа и $P_2 = 0,1$ МПа, универсальная газовая постоянная $R =$ 8,31 Дж/(моль К). Объёмом жидкости по сравнению с объёмом пара пренебрегите, пар считайте идеальным газом.

Возможное решение

Обозначим через ν_1 и ν_2 количества молей пара в начальном и конечном состояниях. Выразим их из уравнения состояния:

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1 \,, \quad P_2 V_2 = \nu_2 R T_2 \quad \longrightarrow \quad \nu_1 = \frac{P_1 V_1}{R T_1} \,, \quad \nu_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_2} \,.$$

Здесь V_2 — конечный объём пара. При расширении насыщенного пара при температуре T_2 его давление P_2 остаётся постоянным. Поэтому работа пара равна:

$$A = P_2 \, (V_2 - V_1) \,.$$

Выразим отсюда произведение $P_2 V_2$ и подставим его в формулу для ν_2:

$$P_2 V_2 = A + P_2 V_1 \,, \quad \nu_2 = \frac{A + P_2 V_1}{R T_2} \,.$$

Число молей сконденсировавшейся жидкости равно:

$$\nu_x = \nu_1 - \nu_2 = \frac{1}{R} \left(\frac{P_1 V_1}{T_1} - \frac{A + P_2 V_1}{T_2} \right) = 0{,}6 \text{ моля} \,.$$

Ответ:

$$\nu_x = \frac{1}{R} \left(\frac{P_1 V_1}{T_1} - \frac{A + P_2 V_1}{T_2} \right) = 0{,}6 \text{ моля} \,.$$

Задача 3 / 2. В горизонтальном цилиндре объёмом $V_1 = 16$ л находится насыщенный пар некоторой жидкости при температуре $T_1 = 400$ К. Пар изотермически сжимают, совершая над ним работу $A = 1{,}2$ кДж, а затем изохорически нагревают до температуры $T_2 = 440$ К. Считая, что пар всё время остаётся насыщенным, найдите число молей ν_x сконденсировавшейся жидкости. Ответ округлите до сотых. Давления насыщенного пара при температурах T_1 и T_2 равны соответственно $P_1 = 0,1$ МПа и $P_2 = 0,22$ МПа, универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль К). Объёмом жидкости по сравнению с объёмом пара пренебрегите, пар считайте идеальным газом.

Возможное решение

Обозначим через ν_1 и ν_2 количества молей пара в начальном и конечном состояниях. Выразим их из уравнения состояния:

$$P_1 V_1 = \nu_1 R T_1\,, \quad P_2 V_2 = \nu_2 R T_2 \quad \longrightarrow \quad \nu_1 = \frac{P_1 V_1}{R T_1}\,, \quad \nu_2 = \frac{P_2 V_2}{R T_2}\,.$$

Здесь V_2 — конечный объём пара. При сжатии насыщенного пара при температуре T_1 его давление P_1 остаётся постоянным. Поэтому работа внешних сил равна:

$$A = P_1\,(\,V_1 - V_2\,)\,.$$

Выразим отсюда объём V_2 и подставим его в формулу для ν_2:

$$V_2 = \frac{P_1 V_1 - A}{P_1}\,, \quad \nu_2 = \frac{P_2\,(\,P_1 V_1 - A\,)}{P_1 R T_2}\,.$$

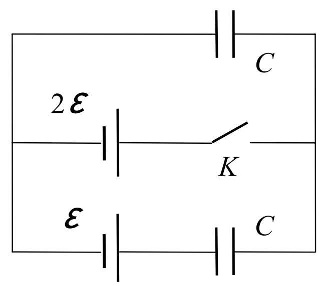
Число молей сконденсировавшейся жидкости равно:

$$\nu_x = \nu_1 - \nu_2 = \frac{1}{R}\left(\frac{P_1 V_1}{T_1} - \frac{P_2\,(\,P_1 V_1 - A\,)}{P_1 T_2}\right) = 0{,}24 \text{ моля}\,.$$

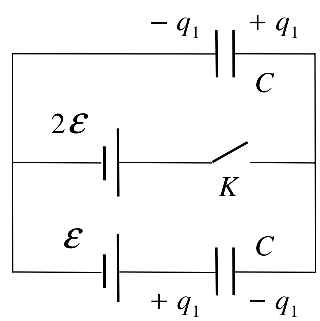
Ответ:

$$\nu_x = \frac{1}{R}\left(\frac{P_1 V_1}{T_1} - \frac{P_2\,(\,P_1 V_1 - A\,)}{P_1 T_2}\right) = 0{,}24 \text{ моля}\,.$$

Задача 4 / 1. Электрическая цепь состоит из ключа K, двух одинаковых конденсаторов ёмкостью $C = 4$ мкФ, батареи с ЭДС $\varepsilon = 10$ В и батареи с ЭДС $2\,\varepsilon$. Найдите количество теплоты, выделившейся в цепи после замыкания ключа. Ответ выразите в миллиджоулях.



Возможное решение

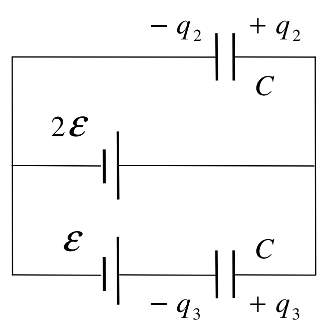


До замыкания ключа напряжение на каждом конденсаторе равно $\varepsilon/2$. Заряды конденсаторов совпадают:

$$q_1 = \frac{C\,\varepsilon}{2}\,.$$

Суммарная начальная энергия конденсаторов:

$$W_1 = 2 \cdot \frac{C\,(\varepsilon/2)^2}{2} = \frac{C\,\varepsilon^2}{4}\,.$$



Обозначим через q_2 и q_3 заряды верхнего и нижнего конденсаторов, установившиеся после замыкания ключа. Напряжения на этих конденсаторах равны соответственно $2\,\varepsilon$ и ε. Заряды конденсаторов:

$$q_2 = 2\,C\,\varepsilon\,, \quad q_3 = C\,\varepsilon\,.$$

Суммарная конечная энергия конденсаторов:

$$W_2 = \frac{C\,(\,2\,\varepsilon\,)^2}{2} + \frac{C\,\varepsilon^2}{2} = \frac{5\,C\,\varepsilon^2}{2}\,.$$

Приращение энергии:

$$\Delta\,W = W_2 - W_1 = \frac{5\,C\,\varepsilon^2}{2} - \frac{C\,\varepsilon^2}{4} = \frac{9\,C\,\varepsilon^2}{4}\,.$$

Рассмотрим работу, которую совершили батареи при перераспределении зарядов. Через батарею с ЭДС ε, против направления её действия, прошёл положительный заряд $(q_1 + q_3)$. Работа батареи равна:

$$A_1 = -\varepsilon\,(q_1 + q_3) = -\varepsilon\left(\frac{C\,\varepsilon}{2} + C\,\varepsilon\right) = -\frac{3\,C\,\varepsilon^2}{2}\,.$$

В направлении действия батареи с ЭДС $2\,\varepsilon$ прошёл положительный заряд $(q_2 + q_3)$. Работа этой батареи равна:

$$A_2 = 2\,\varepsilon\,(q_2 + q_3) = 2\,\varepsilon\,(2\,C\,\varepsilon + C\,\varepsilon) = 6\,C\,\varepsilon^2\,.$$

Суммарная работа батарей:

$$A = A_1 + A_2 = -\frac{3\,C\,\varepsilon^2}{2} + 6\,C\,\varepsilon^2 = \frac{9\,C\,\varepsilon^2}{2}\,.$$

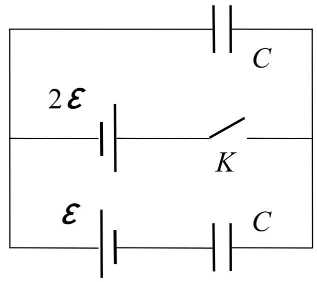
Обозначим через Q количество теплоты, выделившейся в цепи после замыкания ключа. Найдём его из уравнения баланса энергии:

$$A = \Delta\,W + Q \quad \longrightarrow \quad Q = A - \Delta\,W = \frac{9\,C\,\varepsilon^2}{2} - \frac{9\,C\,\varepsilon^2}{4} = \frac{9\,C\,\varepsilon^2}{4} = 0{,}9\ \text{мДж}\,.$$

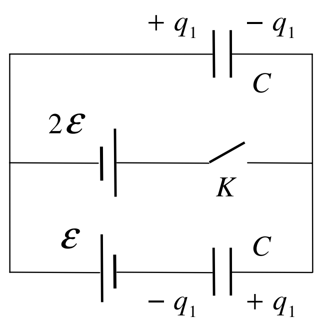
Ответ:

$$Q = \frac{9\,C\,\varepsilon^2}{4} = 0{,}9\ \text{мДж}\,.$$

Задача 4 / 2. Электрическая цепь состоит из ключа K, двух одинаковых конденсаторов ёмкостью $C = 3$ мкФ, батареи с ЭДС $\varepsilon = 12$ В и батареи с ЭДС $2\,\varepsilon$. Найдите количество теплоты, выделившейся в цепи после замыкания ключа. Ответ выразите в миллиджоулях.



Возможное решение

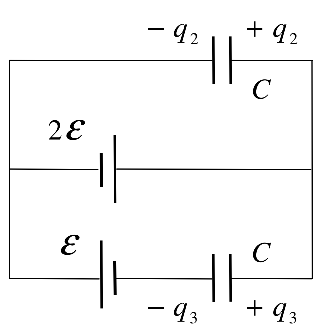


До замыкания ключа напряжение на каждом конденсаторе равно $\varepsilon/2$. Заряды конденсаторов совпадают:

$$q_1 = \frac{C\,\varepsilon}{2}\,.$$

Суммарная начальная энергия конденсаторов:

$$W_1 = 2\cdot\frac{C\,(\varepsilon/2)^2}{2} = \frac{C\,\varepsilon^2}{4}\,.$$



Обозначим через q_2 и q_3 заряды верхнего и нижнего конденсаторов, установившиеся после замыкания ключа. Напряжения на этих конденсаторах равны соответственно $2\,\varepsilon$ и $3\,\varepsilon$. Заряды конденсаторов:

$$q_2 = 2\,C\,\varepsilon\,,\quad q_3 = 3\,C\,\varepsilon\,.$$

Суммарная конечная энергия конденсаторов:

$$W_2 = \frac{C\,(2\,\varepsilon)^2}{2} + \frac{C\,(3\,\varepsilon)^2}{2} = \frac{13\,C\,\varepsilon^2}{2}\,.$$

Приращение энергии:

$$\Delta\,W = W_2 - W_1 = \frac{13\,C\,\varepsilon^2}{2} - \frac{C\,\varepsilon^2}{4} = \frac{25\,C\,\varepsilon^2}{4}\,.$$

Рассмотрим работу, которую совершили батареи при перераспределении зарядов. Через батарею с ЭДС ε, в направлении её действия, прошёл заряд $(\, q_3 - q_1 \,)$. Работа батареи равна:

$$A_1 = \varepsilon \,(\, q_3 - q_1 \,) = \varepsilon \left(3\,C\,\varepsilon - \frac{C\,\varepsilon}{2} \right) = \frac{5\,C\,\varepsilon^2}{2}\,.$$

В направлении действия батареи с ЭДС $2\,\varepsilon$ прошёл положительный заряд $(\, q_2 + q_3 \,)$. Работа этой батареи равна:

$$A_2 = 2\,\varepsilon\,(\, q_2 + q_3 \,) = 2\,\varepsilon\,(\, 2\,C\,\varepsilon + 3\,C\,\varepsilon \,) = 10\,C\,\varepsilon^2\,.$$

Суммарная работа батарей:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{5\,C\,\varepsilon^2}{2} + 10\,C\,\varepsilon^2 = \frac{25\,C\,\varepsilon^2}{2}\,.$$

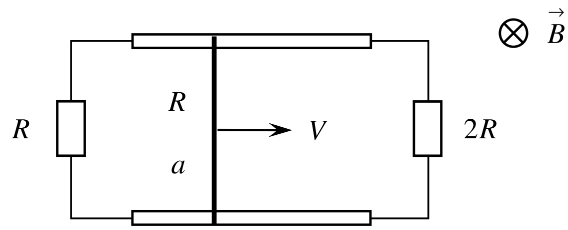
Обозначим через Q количество теплоты, выделившейся в цепи после замыкания ключа. Найдём его из уравнения баланса энергии:

$$A = \Delta\,W + Q \quad \longrightarrow \quad Q = A - \Delta\,W = \frac{25\,C\,\varepsilon^2}{2} - \frac{25\,C\,\varepsilon^2}{4} = \frac{25\,C\,\varepsilon^2}{4} = 2{,}7\ \text{мДж}\,.$$

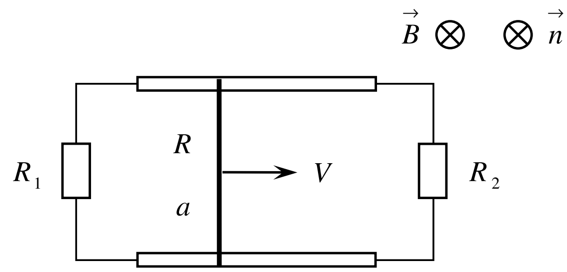
Ответ:

$$Q = \frac{25\,C\varepsilon^2}{4} = 2{,}7\ \text{мДж}\,.$$

Задача 5 / 1. Плоский контур состоит из двух узких параллельных проводящих шин, замкнутых через сопротивления $R = 0{,}3$ Ом и $2\,R$. По шинам с постоянной скоростью $V = 0{,}2$ м/с движется тонкий металлический стержень сопротивлением R и длиной $a = 0{,}5$ м. Вся система находится в постоянном однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}1$ Тл. Вектор индукции перпендикулярен плоскости контура. Найдите силу тока I, текущего по движущемуся стержню. Ответ выразите в миллиамперах. Сопротивление шин и соединительных проводов не учитывайте.



Возможное решение



Рассмотрим общую схему, в которой сопротивление движущегося стержня равно R, а шины замкнуты через сопротивления R_1 и R_2. В этой схеме имеем два плоских замкнутых контура 1 и 2. Первый контур включает в себя движущийся стержень и сопротивление R_1, второй — стержень и сопротивление R_2. Направим вектор $\vec{n}$ единичной нормали к плоскости контуров вдоль вектора магнитной индукции. Положительное направление обхода контуров связано с направлением вектора $\vec{n}$ правилом правого винта (правилом буравчика). В нашем случае это направление по часовой стрелке. Рассмотрим ЭДС индукции, возникающие в контурах при движении стержня. За время $\Delta\,t$ стержень перемещается на расстояние $V\Delta\,t$. Приращение площади первого контура равно:

$$\Delta\,S_1 = a\,V\Delta\,t\,.$$

Приращение магнитного потока через первый контур:

$$\Delta\,\Phi_1 = \vec{B}\,\vec{n}\,\Delta\,S_1 = B\,a\,V\Delta\,t\,.$$

ЭДС индукции, действуюшая в первом контуре:

$$\varepsilon_1 = -\frac{\Delta\,\Phi_1}{\Delta\,t} = -B\,a\,V\,.$$

Знак минус означает, что ЭДС действует против положительного направления обхода, то есть против часовой стрелки. Площадь второго контура при движении стержня уменьшается. Поэтому её приращение за время $\Delta\,t$ отрицательно:

$$\Delta\,S_2 = -\Delta\,S_1\,.$$

Приращение магнитного потока через второй контур:

$$\Delta\,\Phi_2 = \vec{B}\,\vec{n}\,\Delta\,S_2 = -B\,a\,V\Delta\,t\,.$$

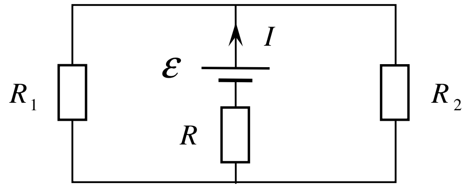
ЭДС индукции, действуюшая во втором контуре:

$$\varepsilon_2 = -\frac{\Delta\,\Phi_2}{\Delta\,t} = B\,a\,V\,.$$

Эта ЭДС действует по часовой стрелке.

Обозначим

$$\varepsilon = |\,\varepsilon_1| = \varepsilon_2 = B\,a\,V\,.$$



Рассмотрим эквивалентную схему, обеспечивающую правильное направление действия ЭДС индукции ε (против часовой стрелки в первом контуре и по часовой стрелке во втором). Учитывая, что в нашей задаче физической причиной возникновения ЭДС является действие силы Лоренца на электроны проводимости в движущемся стержне, в эквивалентной схеме заменим стержень батареей с ЭДС ε и сопротивлением R. В этой схеме нужно найти силу тока I, текущего через батарею. Это простая задача. Сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно. Их общее сопротивление равно $R_1 R_2/(R_1 + R_2)$. Общее сопротивление цепи:

$$R_0 = R + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}\,.$$

Искомая сила тока:

$$I = \frac{\varepsilon}{R_0} = \frac{\varepsilon\,(R_1 + R_2)}{R\,(R_1 + R_2) + R_1 R_2}\,.$$

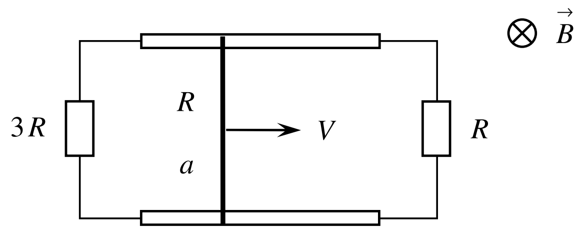
В частном случае, когда $R_1 = R$ и $R_2 = 2R$, получаем:

$$I = \frac{\varepsilon \cdot 3R}{R \cdot 3R + 2R^2} = \frac{3\,\varepsilon}{5R} = \frac{3B\,a\,V}{5R} = 20 \text{ мА}\,.$$

Ответ:

$$I = \frac{3B\,a\,V}{5R} = 20 \text{ мА}\,.$$

Задача 5 / 2. Плоский контур состоит из двух узких параллельных проводящих шин, замкнутых через сопротивления $R = 0{,}4$ Ом и $3\,R$. По шинам с постоянной скоростью $V = 0{,}3$ м/с движется тонкий металлический стержень сопротивлением R и длиной $a = 0{,}7$ м. Вся система находится в постоянном однородном магнитном поле с индукцией $B = 0{,}05$ Тл. Вектор индукции перпендикулярен плоскости контура. Найдите силу тока I, текущего по движущемуся стержню. Ответ выразите в миллиамперах. Сопротивление шин и соединительных проводов не учитывайте.



Возможное решение

Воспользуемся общим результатом предыдущей задачи:

$$I = \frac{\varepsilon\,(\,R_1 + R_2\,)}{R\,(\,R_1 + R_2\,) + R_1 R_2}\,.$$

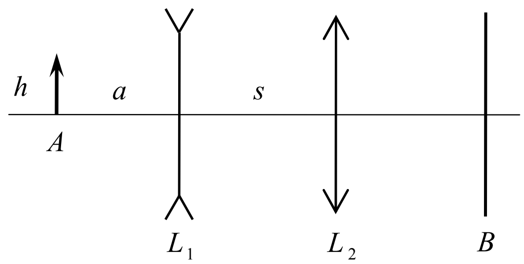
Полагая $R_1 = 3R$ и $R_2 = R$, получаем:

$$I = \frac{\varepsilon \cdot 4R}{R \cdot 4R + 3R^2} = \frac{4\,\varepsilon}{7R} = \frac{4B\,a\,V}{7R} = 15 \text{ мА}\,.$$

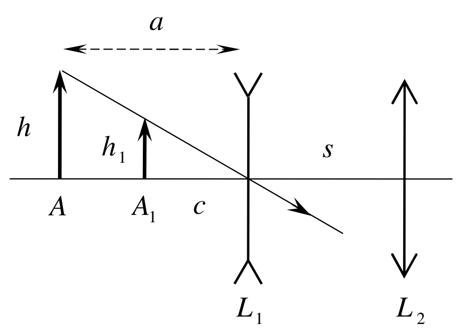
Ответ:

$$I = \frac{4B\,a\,V}{7R} = 15 \text{ мА}\,.$$

Задача 6 / 1. Оптическая система состоит из рассеивающей линзы L_1 с фокусным расстоянием $F_1 = 40$ см и собирающей линзы L_2 с фокусным расстоянием $F_2 = 20$ см. Главные оптические оси линз совпадают, расстояние между линзами $s = 52$ см. На расстоянии $a = 10$ см от линзы L_1, перпендикулярно главной оптической оси, расположена маленькая светяшаяся стрелка A высотой h. Изображение стрелки получено на экране B, находящемся справа от линзы L_2. Найдите отношение $x = H/h$, где H — высота изображения стрелки на экране.



Возможное решение



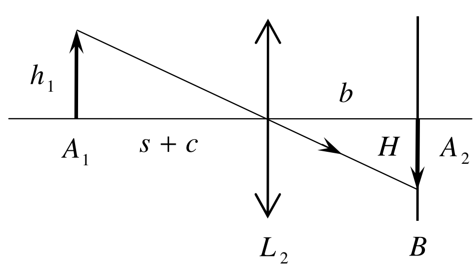
Обозначим через A_1 прямое мнимое изображение стрелки A, построеннное рассеивающей линзой L_1. Это изображение расположено между стрелкой A и линзой. Его вершина лежит на луче, проходящем через вершину A и оптический центр линзы. Обозначим через h_1 высоту этого изображения и через c его расстояние до линзы L_1. По формуле линзы:

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{c} = -\frac{1}{F_1} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{c} = \frac{1}{a} + \frac{1}{F_1}\,, \quad c = \frac{a\,F_1}{a + F_1}\,.$$

Высоту изображения h_1 находим из подобия треугольников:

$$\frac{h_1}{h} = \frac{c}{a} \quad \longrightarrow \quad h_1 = \frac{h\,c}{a} = \frac{h\,F_1}{a + F_1}\,.$$

Изображение A_1 играет роль предмета для собирающей линзы L_2, которая строит его действительное переверну-



тое изображение A_2 на экране B. Вершина стрелки A_2 лежит на луче, проходящем через вершину стрелки A_1 и оптический центр линзы L_2. Высота этой стрелки равна H. Обозначим через b расстояние от линзы L_2 до экрана. Учитывая, что расстояние от изображения A_1 до линзы L_2 равно $(\,s + c\,)$, получаем:

$$\frac{1}{s + c} + \frac{1}{b} = \frac{1}{F_2} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{F_2} - \frac{1}{s + c}\,, \quad b = \frac{F_2\,(\,s + c\,)}{s + c - F_2}\,.$$

Из подобия треугольников следует, что:

$$\frac{H}{h_1} = \frac{b}{s + c} \quad \longrightarrow \quad H = h_1 \cdot \frac{b}{s + c} = \frac{h\,F_1}{a + F_1} \cdot \frac{F_2}{s + c - F_2}\,.$$

Здесь имеем:

$$(a+F_1)(s+c-F_2) = (a+F_1)\left(s-F_2+\frac{a\,F_1}{a+F_1}\right) = (a+F_1)(s-F_2)+a\,F_1\,.$$

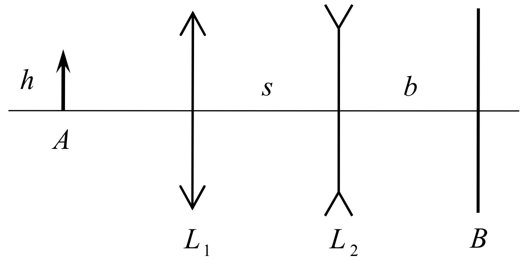
Окончательно получаем:

$$x = \frac{H}{h} = \frac{F_1\,F_2}{(a+F_1)(s-F_2)+a\,F_1} = 0{,}4\,.$$

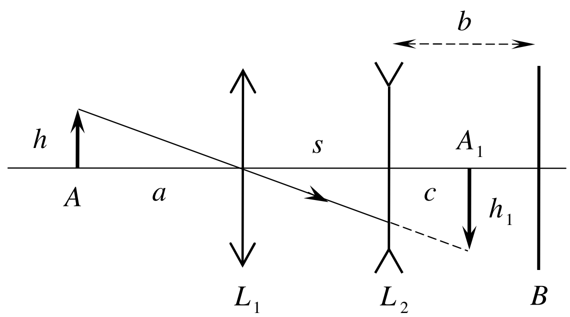
Ответ:

$$x = \frac{F_1\,F_2}{(a+F_1)(s-F_2)+a\,F_1} = 0{,}4\,.$$

Задача 6 / 2. Оптическая система состоит из собирающей линзы L_1 с фокусным расстоянием $F_1 = 5$ см и рассеивающей линзы L_2 с фокусным расстоянием $F_2 = 20$ см. Главные оптические оси линз совпадают, расстояние между линзами $s = 18$ см. Слева от линзы L_1, перпендикулярно главной оптической оси, расположена маленькая светяшаяся стрелка A высотой h. Изображение стрелки получено на экране B, находящемся на расстоянии $b = 30$ см от линзы L_2. Найдите отношение $x = H/h$, где H — высота изображения стрелки на экране.



Возможное решение



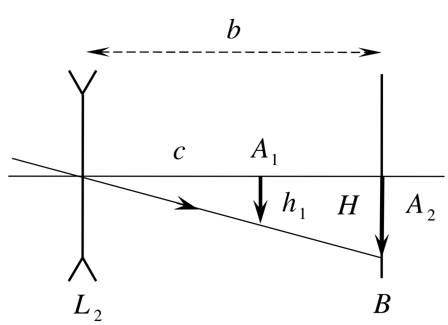
Лучи, испущенные из основания стрелки A и прошедшие через линзу L_1, должны попасть на линзу L_2 сходящимся пучком. Только в этом случае на экране получится действительное изображение основания стрелки A. Таким образом, изображение A_1 стрелки A, построенное линзой L_1, расположено правее линзы L_2. Обозначим через h_1 высоту этого изображения и через c его расстояние до линзы L_2. Учитывая, что изображение A_1 играет роль мнимого предмета для линзы L_2, и что изображение A_2 на экране расположено на расстоянии b от L_2, получаем:

$$-\frac{1}{c} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{F_2} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{c} = \frac{1}{b} + \frac{1}{F_2}\,, \quad c = \frac{b\,F_2}{b + F_2}\,.$$

Так как $c < b$, изображение A_1 расположено между линзой L_2 и экраном. Обозначим через a расстояние от стрелки A до линзы L_1. По формуле линзы:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{s + c} = \frac{1}{F_1} \quad \longrightarrow \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{F_1} - \frac{1}{s + c}\,, \quad a = \frac{(\,s + c\,)\,F_1}{s + c - F_1}\,.$$

Вершина стрелки A_1 лежит как на луче, проходящем через вершину стрелки A и оптический центр линзы L_1, так и на луче, проходящем через вершину изображения A_2 и оптический центр линзы L_2.



Обозначив высоту изображения A_2 через H, из подобия треугольников получаем:

$$\frac{h_1}{h} = \frac{s + c}{a} \quad \longrightarrow \quad h_1 = \frac{h\,(\,s + c\,)}{a} = \frac{h\,(\,s + c - F_1\,)}{F_1}\,.$$

$$\frac{H}{h_1} = \frac{b}{c} \quad \longrightarrow \quad H = h_1 \cdot \frac{b}{c} = \frac{h\,(\,s + c - F_1\,)}{F_1} \cdot \frac{b + F_2}{F_2}\,.$$

Здесь имеем:

$$(\,s + c - F_1\,)\,(\,b + F_2\,) = \left(s - F_1 + \frac{b\,F_2}{b + F_2}\right)(\,b + F_2\,) = (\,s - F_1\,)\,(\,b + F_2\,) + b\,F_2\,.$$

Окончательно получаем:

$$x = \frac{H}{h} = \frac{(\,s - F_1\,)\,(\,b + F_2\,) + b\,F_2}{F_1\,F_2} = 12{,}5\,.$$

Ответ:

$$x = \frac{(\,s - F_1\,)\,(\,b + F_2\,) + b\,F_2}{F_1\,F_2} = 12{,}5\,.$$