Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2026

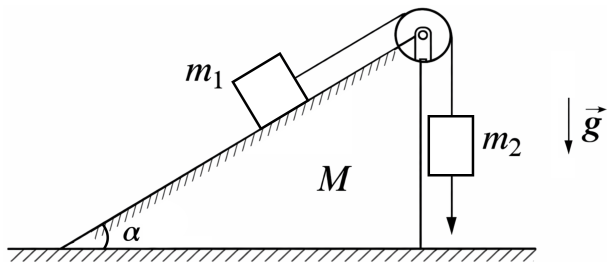
Заключительный этап 15 марта 9 класс

Задача 1. Клин массой $M = 3$ кг находится на шероховатой горизонтальной поверхности стола. Через невесомый неподвижный блок, укреплённый на вершине клина, перекинута лёгкая нерастяжимая нить, связывающая бруски массами $m_1 = 2$ кг и $m_2 = 3$ кг. Брусок m_1 движется вверх по наклонной плоскости клина, брусок m_2 движется вертикально вниз, клин M остаётся неподвижным. Коэффициент трения между бруском m_1 и наклонной поверхностью клина равен $\mu_1 = 0{,}2$. Наклонная поверхность клина составляет угол α с горизонтом, такой, что $\sin\alpha = 0{,}6$.

1. Найдите силу нормальной реакции стола R, действующую на клин, при движении брусков.

2. Найдите минимальный коэффициент трения $\mu_{\min}$ между клином и столом, при котором клин остаётся неподвижным.

Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2.



Возможное решение

Рассмотрим динамику описанной в условии системы. Клин покоится на шероховатой поверхности, грузы приходят в движение. Определим ускорение грузов a и силу натяжения нити T.

Напишем второй закон Ньютона для грузов в проекции на направление движения каждого из них: груз m_2 движется вниз, груз m_1 — вдоль наклонной поверхности клина. Отдельно отметим, что при подобном движении на первый груз действует сила трения скольжения, модуль которой равен $F_{\text{тр }1} = \mu_1 N_1 = \mu_1 m_1 g\cos\alpha$.

$$\begin{cases} m_2 a = m_2 g - T, \\ m_1 a = T - m_1 g\sin\alpha - \mu_1 m_1 g\cos\alpha. \end{cases}$$

Решая полученную систему, получаем:

$$\begin{cases} a = g\frac{m_2 - m_1(\sin\alpha + \mu_1\cos\alpha)}{m_1+m_2}, \\ T = \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} g\left(1 + \sin\alpha + \mu_1\cos\alpha\right). \end{cases}$$

1. Найдём силу нормальной реакции стола R.

Напишем второй закон Ньютона для клина в проекции на вертикальную ось. На клин действуют следующие силы: сила тяжести; сила давления со стороны первого груза (равная по модулю силе нормальной реакции клина, действующей на этот груз); сила трения со стороны первого груза; сила трения со стороны поверхности стола; сила давления блока (равная векторной сумме сил натяжения, приложенных к блоку); сила нормальной реакции стола.

$$Mg + N_1\cos\alpha - F_{\text{тр }1}\sin\alpha + T\sin\alpha + T - R = 0$$

Тогда с учетом выражений для сил, действующих на клин, выражение для силы нормальной реакции стола:

$$R = Mg + m_1 g\cos^2\alpha - \mu_1 m_1 g\cos\alpha\sin\alpha + \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} g\left(1 + \sin\alpha + \mu_1\cos\alpha\right)(\sin\alpha + 1)$$

Рассчитаем численное значение:

$$R \approx 74{,}7 \text{ Н}.$$

2. Минимальный коэффициент трения $\mu_{\min}$.

Для того, чтобы клин находился на поверхности стола в состоянии покоя, необходимо, чтобы выполнялось неравенство $F_{\text{тр клин}} \leq \mu R$.

Для определения величины силы трения, действующей на клин, напишем второй закон Ньютона для покоящегося клина в проекции на горизонтальное направление:

$$-N_1\sin\alpha - F_{\text{тр }1}\cos\alpha + T\cos\alpha - F_{\text{тр клин}} = 0$$

Тогда сила трения, действующая на клин:

$$F_{\text{тр клин}} = -m_1 g \cos\alpha \sin\alpha - \mu_1 m_1 g \cos^2\alpha + \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} g \left(1 + \sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha\right) \cos\alpha.$$

Тогда минимальный коэффициент трения, при котором клин находится в состоянии покоя, определяется выражением:

$$\mu_{min} = \frac{F_{\text{тр клин}}}{R} = \frac{-m_1 g \cos\alpha \sin\alpha - \mu_1 m_1 g \cos^2\alpha + \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} g \left(1 + \sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha\right) \cos\alpha}{Mg + m_1 g \cos^2\alpha - \mu_1 m_1 g \cos\alpha \sin\alpha + \frac{m_1 m_2}{m_1+m_2} g \left(1 + \sin\alpha + \mu_1 \cos\alpha\right) (\sin\alpha + 1)}.$$

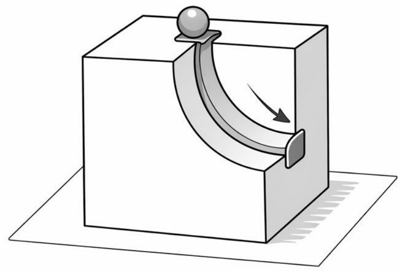
$$\mu_{\min} \approx 0{,}063.$$

Ответ: 1. $R \approx 74{,}7$ H; 2. $\mu_{min} \approx 0{,}063$.

Критерии

1. Верно записана система уравнений движения для обоих грузов. (+ 2 балла)
2. Верно найдены ускорение и сила натяжения нити. (+ 2 балла)
3. Верно записаны составляющие сил, действующих на клин, и найдена сила реакции стола R. (+ 2 балла)
4. Верно записаны горизонтальные составляющие сил, действующих на клин. (+ 2 балла)
5. Верно найден минимальный коэффициент трения $\mu_{\min}$. (+ 2 балла)

Задача 2. Кубик массой M стоит на гладкой горизонтальной поверхности. Внутри кубика закреплён гладкий желоб в форме четверти дуги окружности. Желоб соединяет центр верхней грани с центром правой боковой грани. В верхнее отверстие кладут шарик массой m, не сообщая ему начальной скорости. Найдите скорость кубика в момент вылета шарика из бокового отверстия. Отношение массы шарика к массе кубика $k = \frac{m}{M} = 1{,}25$. Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с^2. Длина ребра кубика составляет 0,081 м.



Возможное решение

Обозначим длину ребра кубика через a. Шарик стартует из центра верхней грани на высоте a, а вылетает из центра правой грани на высоте $a/2$. Следовательно, потеря потенциальной энергии шарика равна

$$\Delta U = mg\left(a - \frac{a}{2}\right) = \frac{mga}{2}.$$

Заметим, что желоб гладкий, поэтому скорость шарика в каждый момент направлена по касательной к желобу. Поскольку желоб является четвертью окружности и соединяет центры граней так, что в точке выхода касательная горизонтальна (перпендикулярна правой грани), то в момент вылета скорость шарика направлена горизонтально вправо.

Напишем закон сохранения горизонтальной проекции импульса. Внешних горизонтальных сил, действующих на систему из кубика и шарика, нет, значит горизонтальная проекция совокупного импульса системы сохраняется.

Пусть непосредственно после вылета шарик имеет в лабораторной системе скорость v вправо, а кубик — скорость V влево. Тогда при совокупном нулевом начальном импульсе:

$$mv - MV = 0 \quad \Rightarrow \quad V = \frac{m}{M}v.$$

Напишем закон сохранения энергии. Трение отсутствует, а опора гладкая и работы не совершает, поэтому

$$\frac{mga}{2} = \frac{MV^2}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

Подставим $V = \dfrac{m}{M}v$:

$$\frac{mga}{2} = \frac{M}{2}\left(\frac{m}{M}v\right)^2 + \frac{mv^2}{2} = \frac{mv^2}{2}\left(1 + \frac{m}{M}\right).$$

Сокращая на $\dfrac{m}{2}$, получаем

$$ga = v^2\left(1 + \frac{m}{M}\right) \quad \Rightarrow \quad v^2 = ga\,\frac{M}{M+m}.$$

Тогда скорость кубика:

$$V = \frac{m}{M}v = \frac{m}{M}\sqrt{ga\,\frac{M}{M+m}} = \frac{m\sqrt{ga}}{\sqrt{M(M+m)}}.$$

Обозначая $k = \dfrac{m}{M}$, имеем

$$V = \frac{k}{\sqrt{1+k}}\sqrt{ga}$$

Подставляя данные из условия, получаем:

$$V = \frac{1,25}{\sqrt{1+1,25}} \cdot 0,9 = 0,75 \text{ м/с}$$

Ответ: 0,75 м/с

Критерии

1. Верно определена потеря потенциальной энергии шарика. (+ 2 балла)
2. Верно записан закон сохранения горизонтальной проекции импульса. (+ 2 балла)
3. Верно записан закон сохранения энергии. (+ 2 балла)
4. Верно выражена скорость кубика через параметры задачи. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ. (+ 2 балла)

Задача 3. Большое колесо радиуса R катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. По внутренней поверхности большого колеса без проскальзывания движется малое колесо радиуса $r = R/2$. Конфигурация колес в некоторый момент времени показана на рисунке. В этот момент времени: большое колесо вращается против часовой стрелки с угловой скоростью ω_1 относительно его центра в точке O, малое колесо вращается против часовой стрелки с угловой скоростью $\omega_2 = 14\omega_1$ относительно его центра в точке C, центры колес лежат на горизонтальной прямой.

Найдите отношение модуля скорости наивысшей точки малого колеса A в лабораторной системе отсчёта к скорости движения центра большого колеса в лабораторной системе отсчета в положении колес в указанный момент времени.

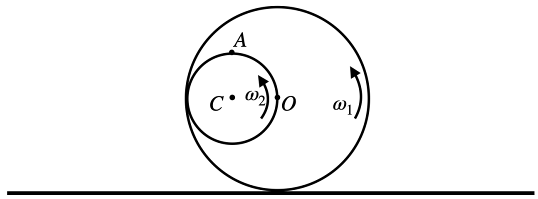


Рис. 1

Возможное решение

Мы перейдём в систему отсчёта, *поступательно движущуюся вместе с точкой контакта двух колёс* P. В такой системе в данный момент $\vec{v}'_P = 0$, а значит условие отсутствия проскальзывания превращается в: точка P на малом колесе тоже имеет нулевую скорость в этой системе.

Найдем скорость точки P в лабораторной системе. Пусть $\omega_1 > 0$ соответствует вращению против часовой стрелки, ось Ox направлена вправо, Oy вверх. Из качения большого колеса по земле без проскальзывания скорость его центра равна

$$V_O = \omega_1 R$$

Точка P расположена на ободе слева, и скорость этой точки относительно центра по модулю равна $\omega_1 R$, причём она перпендикулярна радиусу OP, то есть направлена вертикально вниз. Следовательно, в лабораторной системе скорость точки P есть сумма двух взаимно перпендикулярных скоростей одинакового модуля:

$$|v_P| = \sqrt{(\omega_1 R)^2 + (\omega_1 R)^2} = \omega_1 R\sqrt{2}.$$

$$\vec{v}_P = (v_{x,P}, v_{y,P}) = (\omega_1 R, -\omega_1 R)$$

Найдем скорость точки A в системе, связанной с P. Перейдём в систему, движущуюся поступательно со скоростью $\vec{v}_P$. В этой системе

$$\vec{v}'_P = 0.$$

Из-за отсутствия проскальзывания в контакте колёс точка P на малом колесе тоже мгновенно покоится:

$$\vec{v}'_{P,\ small} = 0.$$

Значит, движение малого колеса в этой системе в данный момент эквивалентно суперпозиции чистого вращения малого колеса вокруг его центра с угловой скоростью ω_2 и поступательного движения вертикально вверх.

Поступательная скорость центра малого колеса в системе P направлена вертикально вверх и равна $\omega_2 r$.

Точка A — верхняя точка малого колеса, поэтому радиус $\overrightarrow{CA}$ направлен вверх и имеет длину r. Тогда скорость A относительно центра по модулю равна $\omega_2 r$ и направлена горизонтально влево. Таким образом, скорость точки A есть сумма двух взаимно перпендикулярных скоростей:

$$|v'_A| = \sqrt{(\omega_2 r)^2 + (\omega_2 r)^2} = \omega_2 r\sqrt{2},$$
$$\vec{v}'_A = (\omega_2 r, \omega_2 r)$$

В лабораторной системе отсчета по закону сложения скоростей получаем:

$$\vec{v}_A = \vec{v}_P + \vec{v}'_A.$$

Модуль скорости можно найти, просуммировав полученные ранее векторы, и определив длину получившегося вектора.

$$|v_A|^2 = (\omega_1 R + \omega_2 r)^2 + (-\omega_1 R + \omega_2 r)^2 = 2(\omega_1^2 R^2 + \omega_2^2 r^2).$$

Следовательно,

$$|v_A| = \sqrt{2\,(\omega_1^2 R^2 + \omega_2^2 r^2)}$$

Искомое отношение тогда:

$$\frac{|v_A|}{\omega_1 R_1} = \sqrt{2\left(1 + \left(\frac{\omega_2}{\omega_1}\right)^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2\right)}$$

Подставляя данные из условия, получаем:

$$\frac{|v_A|}{\omega_1 R_1} = \sqrt{2\left(1 + 14^2 \cdot \frac{1}{2^2}\right)} = 10.$$

Ответ: 10.

Критерии

1. Верно определена скорость центра большого колеса. (+ 2 балла)
2. Верно найдена скорость точки контакта P в лабораторной системе. (+ 2 балла)
3. Верно выполнен переход в систему отсчёта точки контакта. (+ 2 балла)
4. Верно найдена скорость точки A в лабораторной системе. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ для отношения скоростей. (+ 2 балла)

Задача 4. Для определения характеристик тепловых процессов в лаборатории используют калориметр, в который на разных этапах помещают воду и образцы нафталина. Исследование проводится в три независимых этапа:

(A) В калориметр, содержащий $m_в = 200$ г воды при температуре $t_в = 20°C$, помещают образец твёрдого нафталина массой $m_н = 50$ г, нагретый до температуры плавления $t_{пл} = 79°C$. После установления теплового равновесия температура в системе составила $t_{см1} = 23°C$.

(B) Тот же образец нафталина полностью расплавляют, нагревают до температуры жидкой фазы $t_ж = 95°C$ и снова помещают в калориметр с начальными параметрами воды ($m_в = 200$ г при $t_в = 20°C$). Установившаяся температура составила $t_{см2} = 30{,}1°C$.

(C) В калориметр при начальных параметрах воды ($m_в = 200$ г при $t_в = 20°$) помещают новый образец твёрдого нафталина массой $M = 100$ г, взятый при комнатной температуре $20°C$. В систему погружают электрический нагреватель мощностью $P = 100$ Вт с коэффициентом полезного действия $\eta = 84\%$ и наблюдают за содержимым калориметра.

Удельная теплоемкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг·°C), удельные теплоемкости нафталина в твердом и жидком состояниях $c_{н.т} = 1200$ Дж/(кг·°C) и $c_{н.ж} = 1700$ Дж/(кг·°C) соответственно.

1. Используя данные опытов A и B, найдите теплоёмкость калориметра $C_к$ и удельную теплоту плавления нафталина $\lambda_н$.
2. Найдите время τ работы нагревателя в минутах, необходимое для того, чтобы полностью расплавить образец нафталина и нагреть всё содержимое калориметра до конечной температуры $t_{кон} = 80°C$.

Возможное решение

1. Напишем уравнение теплового баланса для первого опыта, в котором теплоту отдает остывающий твёрдый нафталин:

$$m_н c_{н.т}(t_{пл} - t_{см1}) = (m_в c_в + C_к)(t_{см1} - t_в)$$

Подставляя значения, находим теплоёмкость калориметра:

$$C_к = \frac{0,05 \cdot 1200 \cdot (79 - 23)}{23 - 20} - 0,2 \cdot 4200 = 1120 - 840 = 280 \text{ Дж/}°\text{C}$$

Для второго опыта теплота, отданная нафталином, включает остывание жидкости, кристаллизацию и остывание твёрдой фазы:

$$Q_{отд} = m_н(c_{н.ж}(t_ж - t_{пл}) + \lambda_н + c_{н.т}(t_{пл} - t_{см2}))$$

Эта теплота идет на нагрев воды и калориметра: $Q_{пол} = (m_в c_в + C_к)(t_{см2} - t_в)$.

$$(840 + 280) \cdot (30,1 - 20) = 0,05 \cdot (1700 \cdot 16 + \lambda_н + 1200 \cdot 48,9)$$

$$11312 = 0,05 \cdot (85880 + \lambda_н) \implies \lambda_н = 140360 \text{ Дж/кг} \approx 140,4 \text{ кДж/кг}$$

2. Для достижения конечного состояния системе необходимо сообщить теплоту $Q_{общ}$, состоящую из четырех составляющих: теплота, соответствующая нагреванию воды и калориметра до 80°C; теплота, соответствующая нагреванию твёрдого нафталина до температуры плавления; теплота его плавления; и теплота, соответствующая нагреванию жидкой фазы нафталина до 80°C:

$$Q_{общ} = (m_в c_в + C_к)(t_{кон} - t_в) + M c_{н.т}(t_{пл} - t_в) + M\lambda_н + M c_{н.ж}(t_{кон} - t_{пл})$$

$$Q_{общ} = 1120 \cdot 60 + 0,1 \cdot 1200 \cdot 59 + 0,1 \cdot 140360 + 0,1 \cdot 1700 \cdot 1 = 88486 \text{ Дж}$$

Работа электрического тока с учётом КПД системы:

$$\eta P \tau = Q_{общ} \implies 0,84 \cdot 100 \cdot \tau = 88486$$

$$\tau = \frac{88486}{84} \approx 1053,4 \text{ с}$$

Ответ: $C_к = 280$ Дж/°C, $\lambda_н \approx 140,4$ кДж/кг; $\tau \approx 17,6$ мин.

Критерии

1. Верно записано уравнение теплового баланса для первого опыта и найдена теплоёмкость калориметра. (+ 2 балла)
2. Верно записано уравнение теплового баланса для второго опыта. (+ 2 балла)
3. Верно найдена удельная теплота плавления нафталина. (+ 2 балла)
4. Верно записан тепловой баланс для третьего этапа с нагревателем. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ для времени работы нагревателя. (+ 2 балла)

Задача 5 Вдоль оси x расположена неоднородная по составу проволока длины L: левый конец соответствует точке $x_0 = 0$, правый – точке $x_L = L$. К концам проволоки приложено постоянное напряжение U. Радиус проволоки зависит от координаты по закону: $r(x) = r_0\sqrt{\frac{x}{L}}$, а удельное сопротивление – по закону: $\rho(x) = \rho_0\,\frac{L}{L-x}, \quad 0 \le x \le L$. Координату наиболее холодной точки проволоки в установившемся режиме можно представить в виде $x_{\min} = k\,L$. Найдите число k.

Возможное решение

Сила тока I в установившемся режиме одинакова для любого сечения проводника. Для малого участка проводника длины Δl с центром в точке x сопротивление

$$R(x) = \rho(x)\frac{\Delta l}{S(x)}, \qquad S(x) = \pi r^2(x).$$

Выделяющаяся на участке мощность:

$$P(x) = I^2 R(x)$$

Тогда мощность, приходящуюся на единицу длины проволоки, можно представить как:

$$p(x) = \frac{P(x)}{\Delta l} = I^2\,\frac{\rho(x)}{S(x)}.$$

Поскольку I не зависит от x, минимум $p(x)$ достигается там же, где минимум функции

$$f(x) = \frac{\rho(x)}{S(x)}.$$

Найдем явный вид $f(x)$. Площадь сечения:

$$S(x) = \pi r(x)^2 = \pi r_0^2\frac{x}{L}.$$

Тогда

$$f(x) = \frac{\rho(x)}{S(x)} = \frac{\rho_0\,\frac{L}{L-x}}{\pi r_0^2\,\frac{x}{L}} = \frac{\rho_0 L^2}{\pi r_0^2}\cdot\frac{1}{(L-x)x}.$$

Минимум $f(x)$ достигается в точке максимума знаменателя $x(L-x)$ (на рассматриваемом интервале $0 < x < L$). Это парабола с ветвями, направленными вниз, значит максимум достигается в вершине:

$$x^* = \frac{L}{2},$$

Итак,

$$x_{\min} = L/2 \quad\Rightarrow\quad k = 0{,}5.$$

Ответ: $k = 0{,}5$

Критерии

1. Верно записано выражение для удельной мощности тепловыделения $p(x)$. (+ 2 балла)
2. Верно выражена площадь сечения проволоки $S(x)$. (+ 2 балла)
3. Верно определена функция $f(x) = \rho(x)/S(x)$, подлежащая минимизации. (+ 2 балла)
4. Верно проведён анализ экстремума и найдена координата минимума. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ. (+ 2 балла)