Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2026

Заключительный этап 15 марта 8 класс

Задача 1. Тонкая однородная металлическая пластинка имеет форму правильного восьмиугольника со стороной $a = 1$ см. Все вершины пронумерованы от «1» до «8» по часовой стрелке. В момент времени $t = 0$ в вершинах с номерами «1», «3», «5» и «7» одновременно зажигаются точечные источники теплоты. Тепловой фронт распространяется от источника по пластинке во всех направлениях с одинаковой постоянной скоростью v. Через некоторое время внутри восьмиугольника образуются области, нагретые одновременно двумя источниками. Найдите длину границы этой области в момент времени $t = \frac{a}{v}$.

Примечание: Длина дуги окружности радиуса R вычисляется по формуле: $l = \frac{2\pi R\alpha}{360°}$, где α — градусная мера центрального угла (или дуги).

Возможное решение

Обозначим через A, C, E, G вершины восьмиугольника с номерами 1, 3, 5, 7 соответственно, то есть именно в них расположены источники теплоты. Через время

$$t = \frac{a}{v}$$

тепловой фронт от каждого источника представляет собой окружность радиуса

$$R = vt = a.$$

Рассмотрим два соседних источника, например, в вершинах A и C. Между ними находится вершина B (с номером «2»). Так как восьмиугольник правильный, то

$$AB = BC = a, \qquad \angle ABC = 135°.$$

Поскольку $AB = a = R$ и $CB = a = R$, точка B лежит одновременно на обеих окружностях, то есть является одной из точек их пересечения. Обозначим вторую точку пересечения через P.

Рассмотрим четырёхугольник $ABCP$. Все его стороны равны a:

$$AB = BC = a \quad \text{(стороны восьмиугольника)},$$

$$PA = PC = a \quad \text{(точка } P \text{ лежит на обеих окружностях радиуса } a\text{)}.$$

Следовательно, $ABCP$ — ромб со стороной a.

В ромбе противоположные углы равны, а сумма соседних углов равна 180°. Угол при вершине B известен:

$$\angle ABC = 135°.$$

Тогда противоположный ему угол:

$$\angle APC = 135°,$$

а углы при вершинах A и C:

$$\angle BAP = \angle BCP = 180° - 135° = 45°.$$

Граница области, нагретой одновременно от источников A и C, представляет собой «линзу», ограниченную двумя дугами окружностей, стягивающими центральный угол 45°. Тогда длина одной дуги равна

$$l_1 = \frac{2\pi a \cdot 45°}{360°} = \frac{\pi a}{4}.$$

Одна область пересечения двух соседних фронтов ограничена двумя такими дугами, значит её граница имеет длину

$$l = 2l_1 = \frac{\pi a}{2}.$$

Из соображений симметрии заключаем, что всего на пластине имеется четыре таких области. При этом фронты от противоположных источников не пересекаются, поэтому суммарная длина границы всей области, нагретой одновременно двумя источниками, равна

$$L = 4 \cdot \frac{\pi a}{2} = 2\pi a.$$

При $a = 1$ см получаем

$$L = 2\pi \text{ см} \approx 6{,}28 \text{ см}.$$

Ответ:

$$L \approx 6{,}28 \text{ см}.$$

Критерии

1. Верно определен радиус теплового фронта в момент времени t. (+2 балла)
2. Верно установлена граница нагретой области (+2 балла)
3. Верно найден центральный угол, соответствующий одной дуге границы. (+2 балла)
4. Верно найдена длина границы одной области пересечения двух соседних тепловых фронтов. (+2 балла)
5. Верно найдена суммарная длина всей границы области, нагретой одновременно двумя источниками. (+2 балла)

Задача 2. В ходе экспериментов в калориметр через металлическую трубку подают водяной пар при температуре 100°C. В каждом опыте наблюдения производятся после того, как температура смеси установится. Из-за нагрева трубки и деталей установки часть тепла, выделяющегося при конденсации и последующем охлаждении конденсата, рассеивается за пределы калориметра. Считайте, что одна и та же доля η этой энергии передаётся содержимому калориметра, а остальное теряется. Величина η одинакова во всех опытах.

Провели два опыта. В каждом из них в калориметре находится кусок льда массой $m = 1{,}20$ кг, имеющий неизвестную начальную температуру $T_0 < 0$°C. В первом опыте после прекращения подачи пара и наступления равновесия в калориметре остаётся только лёд с микроскопическими капельками воды на поверхности. Масса поступившего пара $M_1 = 24{,}0$ г. Во втором опыте после наступления равновесия растаяло ровно $\Delta m = 300$ г льда. Масса сконденсировавшегося пара $M_2 = 90{,}0$ г.

Найдите долю η передаваемой энергии и начальную температуру T_0 льда. Удельная теплоемкость воды $c_в = 4200\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$, удельная теплоемкость льда $c_л = 2100\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^\circ\text{C}}$, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}3 \cdot 10^6\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$, удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5\ \frac{\text{Дж}}{\text{кг}}$. Теплотой, связанной с появлением микроскопических капелек воды в первом опыте, пренебречь.

Возможное решение

Заметим, что в обоих опытах конечная температура смеси равна 0°C, так как лёд и вода сосуществуют в равновесии.

При конденсации пара массой M при 100°C и охлаждении образовавшейся воды до 0°C выделяется энергия

$$Q_0 = rM + c_в M \cdot 100 = qM,$$

где введено обозначение $q = r + c_в \cdot 100$. По условию, содержимое калориметра получает лишь долю этой теплоты:

$$Q = \eta Q_0 = \eta q M.$$

В первом эксперименте в конечном состоянии практически весь конденсат кристаллизовался. Поскольку эффектом от микросокопических капелек воды, по условию, можно пренебречь, теплота, выделившаяся при кристаллизации конденсата, составляет λM_1.Вся теплота, оставщаяся в калориметре, пошла на нагрев исходного куска льда от T_0 до 0°C:

$$\eta q\, M_1 + \lambda M_1 = m c_л (0 - T_0).$$

Во втором эксперименте часть льда тает, поэтому можно заключить, что конденсат не крисстализовался. Часть полученной теплоты идёт на плавление Δm льда:

$$\eta q\, M_2 = \lambda\, \Delta m + m c_л (0 - T_0).$$

Вычитая первое уравнение теплового баланса из второго, получаем:

$$\eta q\,(M_2 - M_1) = \lambda(\Delta m + M_1), \qquad \eta = \frac{\lambda(\Delta m + M_1)}{q\,(M_2 - M_1)}\ .$$

Далее из уравнения тепловго баланса для первого эксперимента:

$$T_0 = -\frac{\eta q\, M_1 + \lambda M_1}{m c_л}\ .$$

Подставляя числа, получаем:

$$q = 2{,}3 \cdot 10^6 + 4200 \cdot 100 = 2{,}72 \cdot 10^6\ \text{Дж/кг},$$

$$M_1 = 24{,}0\ \text{г} = 0{,}0240\ \text{кг}, \quad M_2 = 90{,}0\ \text{г} = 0{,}0900\ \text{кг}, \quad \Delta m = 300\ \text{г} = 0{,}300\ \text{кг}.$$

$$\eta = \frac{3{,}3 \cdot 10^5 \cdot (0{,}300 + 0{,}0240)}{2{,}72 \cdot 10^6 \cdot (0{,}0900 - 0{,}0240)} = \frac{106920}{179520} \approx 0{,}5956 \approx 0{,}60.$$

$$T_0 = -\frac{0{,}5956 \cdot 2{,}72 \cdot 10^6 \cdot 0{,}0240 + 3{,}3 \cdot 10^5 \cdot 0{,}0240}{1{,}20 \cdot 2100} \approx -18{,}6^\circ\text{C} \approx -19^\circ\text{C}.$$

Ответ: $\eta \approx 0{,}60$, $\quad T_0 \approx -19$°C.

Критерии

1. Верно записано уравнение теплового баланса для первого опыта. (+ 2 балла)
2. Верно записано уравнение теплового баланса для второго опыта. (+ 2 балла)
3. Верно найдена доля η из системы уравнений. (+ 2 балла)
4. Верно найдена начальная температура льда T_0. (+ 2 балла)
5. Получены верные численные ответы. (+ 2 балла)

Задача 3. В калориметре находится вода массой $m = 1{,}0$ кг при температуре $t_0 = 0°$C. Шар массой $M = 4{,}0$ кг имеет удельную теплоёмкость c и перед каждым погружением нагревается до температуры $T = 100°$C. Шар погружают в воду, ждут установления теплового равновесия, затем вынимают, снова нагревают до температуры T и погружают в воду во второй раз. При каком значении удельной теплоемкости c материала шара изменение температуры воды после второго погружения максимально? Чему равно это максимальное изменение температуры воды после второго погружения? Теплопотерями и теплоёмкостью калориметра пренебречь, удельная теплоёмкость воды $c_в = 4200$ Дж/(кг $\cdot°$ C).

Возможное решение

После первого погружения температура воды становится t_1. По тепловому балансу тепло, отданное шаром, равно теплу, полученному водой:

$$Mc\,(T - t_1) = mc_в\,(t_1 - t_0).$$

Так как $t_0 = 0$, получаем

$$Mc\,(T - t_1) = mc_в\,t_1, \qquad t_1 = \frac{Mc}{Mc + mc_в}\,T.$$

После второго погружения температура становится t_2. Снова записываем тепловой баланс, учитывая, что вода нагревается с t_1 до t_2, а шар остывает с T до t_2:

$$Mc\,(T - t_2) = mc_в\,(t_2 - t_1).$$

Отсюда

$$(Mc + mc_в)\,t_2 = McT + mc_в\,t_1, \qquad t_2 = \frac{McT + mc_в\,t_1}{Mc + mc_в}.$$

Подставляя найденное t_1, получаем

$$t_2 = \frac{McT + mc_в \cdot \frac{Mc}{Mc+mc_в}T}{Mc + mc_в} = T\,\frac{Mc\,(Mc + 2mc_в)}{(Mc + mc_в)^2}.$$

Повышение температуры воды во втором погружении равно

$$\Delta t_2 = t_2 - t_1 = T\left(\frac{Mc\,(Mc + 2mc_в)}{(Mc + mc_в)^2} - \frac{Mc}{Mc + mc_в}\right) = T\,\frac{(Mc)(mc_в)}{(Mc + mc_в)^2}.$$

Обозначим $A = Mc$ и $B = mc_в$. Тогда

$$\Delta t_2 = T\,\frac{AB}{(A+B)^2}.$$

Заметим, что

$$4AB = (A+B)^2 - (A-B)^2,$$

поэтому

$$\Delta t_2 = T\,\frac{AB}{(A+B)^2} = \frac{T}{4}\,\frac{(A+B)^2 - (A-B)^2}{(A+B)^2} = \frac{T}{4}\left(1 - \left(\frac{A-B}{A+B}\right)^2\right).$$

Так как $A > 0$ и $B > 0$, то $A + B > 0$, а величина

$$\left(\frac{A-B}{A+B}\right)^2$$

есть полный квадрат, потому неотрицательна. Её наименьшее значение равно 0 и достигается тогда и только тогда, когда $A - B = 0$, то есть $A = B$. Следовательно, Δt_2 максимальна при

$$Mc = mc_в, \qquad c = \frac{m}{M}\,c_в,$$

и при этом

$$\Delta t_{2,\max} = \frac{T}{4}.$$

Подставляя числа $m = 1{,}0$, $M = 4{,}0$ кг, $c_в = 4200$ Дж/(кг $\cdot°$ C), $T = 100°$C:

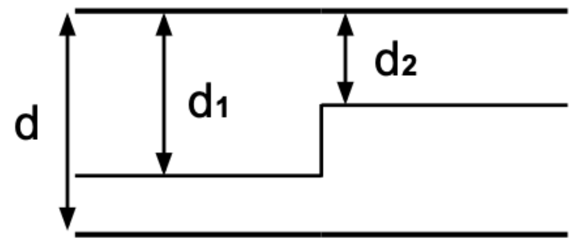
$$c_{\max} = \frac{4200}{4} = 1050 \text{ Дж/(кг}\cdot{}^\circ\text{ C)}, \qquad \Delta t_{2,\max} = \frac{100}{4} = 25°\text{C}.$$

Ответ: $c = 1050$ Дж/(кг $\cdot°$ C), $\Delta t_{2,\max} = \dfrac{T}{4} = 25°$C.

Критерии

1. Верно записан тепловой баланс для первого погружения и найдена температура t_1. (+ 2 балла)
2. Верно записан тепловой баланс для второго погружения и найдена температура t_2. (+ 2 балла)
3. Верно выражено изменение температуры после второго погружения Δt_2. (+ 2 балла)
4. Верно проведён анализ максимума Δt_2 и найдено оптимальное значение c. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ для максимального изменения температуры. (+ 2 балла)

Задача 4. В большом сосуде с раствором соли стоят две большие металлические пластины, параллельные друг другу. Раствор проводит электрический ток. Расстояние между пластинами равно $d = 10$ см, а сопротивление раствора между пластинами равно R. Затем между пластинами вставили тонкую идеально проводящую фольгу (её сопротивлением пренебречь) и изогнули так, как показано на рисунке: на одной стороне расстояние от верхней пластины до фольги равно $d_1 = 6$ см, а на другой стороне равно $d_2 = 4$ см. Найдите отношение нового сопротивления R' между внешними пластинами к первоначальному сопротивлению R, то есть величину $\frac{R'}{R}$. Размеры пластин намного больше расстояния между ними, поэтому влиянием краёв можно пренебречь и считать, что ток течёт строго перпендикулярно пластинам.



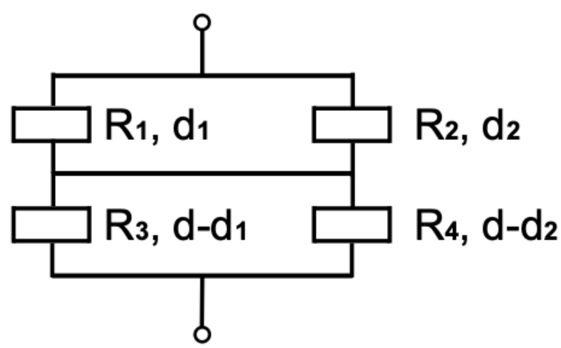
Возможное решение

Пусть удельное сопротивление раствора равно ρ, а площадь каждой пластины равна S. Тогда исходное сопротивление (однородный зазор толщины d):

$$R = \frac{\rho d}{S}.$$

Фольга идеально проводящая, значит она играет роль соединительных проводов пренебрежимо малого сопротивления между четырьмя частями сосуда с раствором соли, каждая из которых может быть представлена как отдельный резистор. Детально рассмотрим части, на которые делится сосуд с проводящим раствором.

Весь зазор распадается на два последовательных «слоя»: между верхней пластиной и фольгой, и между фольгой и нижней пластиной.



Из-за изгиба фольги каждый из этих слоёв состоит из двух параллельных участков одинаковой площади $S/2$: в одном месте толщина слоя равна d_1, в другом — d_2. Следовательно, эквивалентная схема цепи (рис.) может быть описана как:

$$(R_1 \parallel R_2) \text{ последовательно с } (R_3 \parallel R_4).$$

Так как сопротивление слоя проводящего раствора толщины x и площади $S/2$ равно $\rho x/(S/2)$, имеем:

$$R_1 = \frac{\rho d_1}{S/2} = \frac{2\rho d_1}{S}, \qquad R_2 = \frac{2\rho d_2}{S},$$

$$R_3 = \frac{2\rho(d-d_1)}{S}, \qquad R_4 = \frac{2\rho(d-d_2)}{S}.$$

Тогда

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}.$$

Подставляя выражения, получаем

$$R' = \frac{2\rho}{S}\left(\frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} + \frac{(d-d_1)(d-d_2)}{2d - d_1 - d_2}\right).$$

Выразим через $R = \rho d/S$:

$$\frac{R'}{R} = \frac{2}{d}\left(\frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} + \frac{(d-d_1)(d-d_2)}{2d - d_1 - d_2}\right).$$

Подставим $d = 10$, $d_1 = 6$, $d_2 = 4$ (в одних и тех же единицах):

$$\frac{d_1 d_2}{d_1 + d_2} = \frac{6 \cdot 4}{6 + 4} = 2.4, \qquad \frac{(d - d_1)(d - d_2)}{2d - d_1 - d_2} = \frac{4 \cdot 6}{20 - 10} = 2.4.$$

Тогда

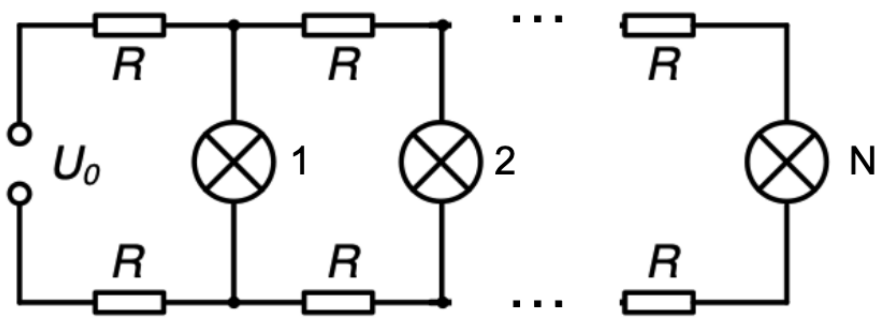
$$\frac{R'}{R} = \frac{2}{10}(2.4 + 2.4) = 0.96.$$

Ответ: $\dfrac{R'}{R} = 0.96.$

Критерии

1. Верно записано исходное сопротивление раствора между пластинами. (+ 2 балла)
2. Верно определена эквивалентная схема после вставки фольги. (+ 2 балла)
3. Верно вычислены сопротивления отдельных участков. (+ 2 балла)
4. Верно найдено новое сопротивление R'. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ для отношения R'/R. (+ 2 балла)

Задача 5. На ёлке развесили электрическую гирлянду из N одинаковых лампочек, подключённых между двумя параллельными проводами (см. рисунок). Между соседними лампочками на каждом проводе стоит одинаковый участок провода сопротивлением R. К левому концу гирлянды подключён источник постоянного напряжения U_0. Считайте, что после подключения каждая лампочка потребляет один и тот же ток I_0, причём этот ток не зависит от напряжения на лампочке. Известно, что $U_0 = 240$ В, $I_0 = 40$ мА и $R = 2$ Ом. Определите число лампочек N, если напряжение на последней (самой правой) лампочке равно $0{,}8\,U_0$.



Возможное решение

Обозначим напряжение на последней лампочке через U_N. Падение напряжения на соединительных участках провода приводит к уменьшению напряжения вдоль гирлянды.

Обозначим через U_k напряжение на k-й лампочке.

Рассмотрим участок провода между $(k-1)$-й и k-й лампочками. Через него протекает ток, питающий лампочки с номерами $k, k+1, \ldots, N$, то есть

$$I_k = (N-k+1)I_0.$$

Сопротивление участка каждого провода равно R. Падение напряжения между проводами на этом участке равно

$$\Delta U_k = RI_k + RI_k = 2R(N-k+1)I_0.$$

Напряжение на N-й лампочке равно напряжению источника минус сумма падений на всех N участках:

$$U_N = U_0 - \sum_{k=1}^{N} \Delta U_k = U_0 - 2RI_0 \sum_{k=1}^{N}(N-k+1).$$

Так как

$$\sum_{k=1}^{N}(N-k+1) = 1 + 2 + \cdots + N = \frac{N(N+1)}{2},$$

получаем

$$U_N = U_0 - RI_0\,N(N+1).$$

По условию $U_N = 0{,}8U_0$, значит

$$U_0 - RI_0\,N(N+1) = 0{,}8U_0 \quad \Rightarrow \quad 0{,}2U_0 = RI_0\,N(N+1).$$

Подставим данные, учитывая что $I_0 = 40$ мА $= 0{,}04$ А:

$$0{,}2 \cdot 240 = 2 \cdot 0{,}04 \cdot N(N+1) \quad \Rightarrow \quad 48 = 0{,}08\,N(N+1).$$

Отсюда

$$N(N+1) = \frac{48}{0{,}08} = 600.$$

Решим уравнение $N^2 + N - 600 = 0$, рассматривая только положительный корень:

$$N = \frac{-1+\sqrt{1+2400}}{2} = \frac{-1+\sqrt{2401}}{2} = \frac{-1+49}{2} = 24.$$

Ответ: $N = 24$.

Критерии

1. Верно определён ток через каждый участок провода. (+ 2 балла)
2. Верно найдено падение напряжения на каждом участке. (+ 2 балла)
3. Верно записано выражение для напряжения на последней лампочке. (+ 2 балла)
4. Верно составлено уравнение для числа лампочек N. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ. (+ 2 балла)