Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2026

Заключительный этап 15 марта 7 класс

Задача 1. Невесомый жёсткий рычаг закреплён на оси в точке O и находится в равновесии в горизонтальном положении. На правом плече на расстоянии $a = 20$ см от оси закреплён груз массой $M = 0{,}50$ кг. На левом плече лежит кубик льда массы m, который в момент $t = 0$ находится на расстоянии $x_0 = 10$ см от оси. Кубик слегка подтолкнули вдоль рычага от оси, и он начал движение со скоростью $v = 0{,}02$ см/с. В процессе движения кубика лёд тает так, что рычаг всё время остаётся в равновесии. Край левого плеча находится на расстоянии $x_1 = 50$ см от оси. Найдите среднюю скорость таяния льда за время, за которое кубик достигнет края рычага. Под средней скоростью таяния льда понимается отношение массы растаявшего льда за всё время движения к этому времени движения. Трением между кубиком и рычагом можно пренебречь. Ответ выразите в г/с.

Возможное решение

Поскольку рычаг остается в равновесии, моменты сил тяжести, приложенных к кубику льда и грузу, относительно оси O равны по модулю:

$$mg \cdot x = Mg \cdot a.$$

Сокращая g, получаем

$$mx = Ma.$$

В силу пренебрежимо малого трения между рычагом и кубиком кубик движется равномерно, при этом его координата меняется по закону:

$$x(t) = x_0 + vt,$$

с учетом записанного выражения получим зависимость массы кубика от времени:

$$m(t) = \frac{Ma}{x(t)} = \frac{Ma}{x_0 + vt}.$$

Время движения t_1 кубика до края рычага ($x(t_1) = x_1$):

$$t_1 = \frac{x_1 - x_0}{v}.$$

Для определения средней скорости таяния выразим начальную и конечную массы кубика льда в процессе его движения:

$$m_0 = \frac{Ma}{x_0}, \qquad m_1 = \frac{Ma}{x_1}.$$

Средняя скорость таяния в соответствии с определением из условия задачи:

$$\langle \mu \rangle = \frac{m_0 - m_1}{t_1} = \frac{\frac{Ma}{x_0} - \frac{Ma}{x_1}}{\frac{x_1 - x_0}{v}} = \frac{Ma\,v}{x_0 x_1}.$$

Подставляя значения из условия:

$$\langle \mu \rangle = \frac{0{,}50 \cdot 20 \cdot 0{,}02}{10 \cdot 50} = 4 \cdot 10^{-4} \text{ кг/с} = 0{,}40 \text{ г/с}.$$

Ответ: $\langle \mu \rangle = \dfrac{Ma\,v}{x_0 x_1} = 0{,}40$ г/с.

Критерии

1. Верно записано условие равновесия рычага. (+ 2 балла)
2. Верно определена зависимость массы кубика от координаты. (+ 2 балла)
3. Верно найдено время движения кубика до края рычага. (+ 2 балла)
4. Верно записано выражение для средней скорости таяния. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ. (+ 2 балла)

Задача 2. Садовод плотно упаковал яблоки в мешок так, чтобы их суммарная масса составила $M = 24$ кг. Пытаясь сдвинуть мешок вдоль горизонтальной поверхности при помощи пружины, садовод заметил, что при длине пружины $l_1 = 140$ мм мешок с яблоками сдвинулся с места. Подвесив мешок на той же пружине вертикально, садовод вновь измерил длину пружины и обнаружил, что её длина в состоянии равновесия составила $l_2 = 170$ мм. Найдите длину пружины l_0 в недеформированном состоянии. Коэффициент трения между мешком и горизонтальной поверхностью составляет $\mu = 0{,}5$. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.

Возможное решение

При равномерном горизонтальном движении сила упругости пружины равна по модулю силе трения:

$$F_{\text{упр}1} = \mu M g = 0,5 \cdot 24 \cdot 10 = 120 \text{ Н}.$$

В случае вертикального равновесия сила упругости равна по модулю силе тяжести:

$$F_{\text{упр}2} = Mg = 24 \cdot 10 = 240 \text{ Н}.$$

.

Согласно закону Гука, сила упругости пропорциональна абсолютной деформации пружины:

$$F_{\text{упр}} = k \cdot \Delta l,$$

где k — жёсткость пружины, $\Delta l = |l - l_0|$ — удлинение пружины относительно недеформированной длины l_0.

Для первого случая (горизонтальное растяжение):

$$F_{\text{упр}1} = k(l_1 - l_0).$$

Для второго случая (вертикальное растяжение):

$$F_{\text{упр}2} = k(l_2 - l_0).$$

Вычтем из второго уравнения первое:

$$F_{\text{упр}2} - F_{\text{упр}1} = k\big[(l_2 - l_0) - (l_1 - l_0)\big] = k(l_2 - l_1).$$

Отсюда находим жёсткость:

$$k = \frac{F_{\text{упр}2} - F_{\text{упр}1}}{l_2 - l_1} = \frac{240 - 120}{0{,}170 - 0{,}140} = \frac{120}{0{,}030} = 4000 \text{ Н/м}.$$

Определим длину недеформированной пружины:

$$l_0 = l_1 - \frac{F_{\text{упр}1}}{k} = 0,14 - \frac{120}{4000} = 0,11 \text{ м}$$

Ответ: 110 мм.

Критерии

1. Верно записана сила упругости при горизонтальном движении мешка. (+ 2 балла)
2. Верно записана сила упругости при вертикальном подвесе мешка. (+ 2 балла)
3. Верно вычислена жёсткость пружины из закона Гука. (+ 2 балла)
4. Верно определена длина недеформированной пружины. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ. (+ 2 балла)

Задача 3. Пират опускает в воду ($\rho_в = 1000$ кг/м^3) лёгкий жёсткий колокол объёмом $V = 3{,}0$ л в виде цилиндра, открытый снизу. Внутри колокола находится слой масла толщиной $h = 10$ см и плотностью $\rho_м = 900$ кг/м^3, которое не смешивается с водой. Площадь основания колокола $S = 100$ см^2. К колоколу привязан мешочек с золотыми монетами. Масса каждой монеты $m_0 = 25$ г, а её объём $V_0 = 1{,}5$ см^3. Какое максимальное количество монет N может находиться в мешочке, чтобы система всё ещё могла плавать? Массой самого колокола, верёвки и мешочка пренебречь. Считайте, что при погружении колокола в воду воздух, запертый под колоколом, практически не сжимается. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.

Возможное решение

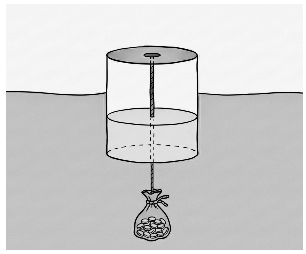

Рис. 1: Схема погружения колокола в воду.

1. Для того чтобы система плавала в полностью погруженном состоянии, сила тяжести должна быть уравновешена силой Архимеда:

$$F_g = F_A \implies (M_{oil} + N \cdot m_0)g = \rho_v g V_{total} \tag{1}$$

2. Найдем массу слоя масла внутри колокола. Объем масла $V_{oil} = S \cdot h$. Тогда:

$$M_{oil} = \rho_m \cdot S \cdot h = 900 \cdot 0{,}01 \cdot 0{,}1 = 0{,}9 \text{ кг.}$$

3. Суммарный объем вытесненной воды V_{total} складывается из объема полости колокола (занятой воздухом и маслом) и объема погруженных монет:

$$V_{total} = V + N \cdot V_0$$

4. Подставим выражения масс и объемов в уравнение равновесия (1) и сократим на g:

$$M_{oil} + N \cdot m_0 = \rho_v (V + N \cdot V_0)$$

$$N(m_0 - \rho_v V_0) = \rho_v V - M_{oil}$$

5. Выразим искомое количество монет N:

$$N = \frac{\rho_v V - M_{oil}}{m_0 - \rho_v V_0}$$

$$N = \frac{1000 \cdot 0,003 - 0,9}{0,025 - 1000 \cdot 1,5 \cdot 10^{-6}} = \frac{2,1}{0,025 - 0,0015} = \frac{2,1}{0,0235} \approx 89,36.$$

6. Так как N должно быть целым числом, а при $N = 90$ средняя плотность системы превысит плотность воды и она утонет, максимальное число монет равно $N_{max} = 89$.

Ответ: $N_{max} = 89$

Критерии

1. Верно записано условие плавания системы (равенство сил тяжести и Архимеда). (+ 2 балла)
2. Верно найдена масса масла внутри колокола. (+ 2 балла)
3. Верно определён суммарный объём вытесненной воды. (+ 2 балла)
4. Верно выражено количество монет из уравнения равновесия. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ с учётом целочисленности. (+ 2 балла)

Задача 4. В прямоугольный высокий сосуд налита жидкость плотности $\rho = 1000$ кг/м^3. В одной из стенок у дна сосуда имеется прямоугольное отверстие высоты $h = 5$ см, в которое вставлена пробка такого же сечения. Расстояние от стенки сосуда до края пробки внутри жидкости равно $\ell = 1$ см. Между пробкой и дном сосуда жидкость не проникает. При какой минимальной высоте H уровня жидкости над пробкой жидкость сможет её вытолкнуть наружу? Коэффициент трения пробки о дно сосуда равен $\mu = 0{,}3$. Атмосферное давление равно $p_0 = 100$ кПа. Трением пробки о стенки сосуда пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ Н/кг.

Возможное решение

Пробка удерживается в отверстии за счёт силы трения о дно сосуда и атмосферного давления, действующего на её внешний торец. Выталкиванию пробки препятствуют:

- сила атмосферного давления $p_0 S$, действующая на внешний торец пробки наружу;
- сила трения пробки о дно $F_{\text{тр}}$.

Выталкивают пробку:

- сила давления жидкости на внутренний торец пробки $p_{\text{ср}} S$, где $p_{\text{ср}}$ — среднее давление жидкости на торец пробки.

Обозначим высоту уровня жидкости над пробкой через H. Условие отсутствия движения пробки:

$$p_{\text{ср}} S \geq F_{\text{тр}} + p_0 S,$$

Поскольку отверстие имеет высоту h, давление жидкости на разных высотах пробки различно. Среднее давление жидкости на торец пробки равно давлению на глубине середины отверстия:

$$p_{\text{ср}} = p_0 + \rho g \left(H + \frac{h}{2}\right).$$

где

$$p_{\text{ср}} = p_0 + \rho g \Big(H + \frac{h}{2}\Big), \qquad S = dh, \qquad F_{\text{тр}} = \mu(\rho g H + p_0)\,\ell d.$$

Подставляя, получаем

$$\Big(p_0 + \rho g \big(H + \frac{h}{2}\big)\Big) dh \geq \mu(\rho g H + p_0)\,\ell d + p_0 dh.$$

Сокращая на d и приводя подобные, получаем

$$\rho g h\, H + \frac{\rho g h^2}{2} \geq \mu \rho g \ell\, H + \mu p_0 \ell,$$

откуда следует неравенство для высоты уровня жидкости в сосуде:

$$H \geq \frac{\mu p_0 \ell - \rho g h^2/2}{\rho g\,(h - \mu \ell)}.$$

Подставляя числа, определим минимальную высоту, при которой жидкость выталкивает пробку наружу:

$$H_{\min} = \frac{0{,}3 \cdot 100000 \cdot 0{,}01 - \dfrac{1000 \cdot 10 \cdot (0{,}05)^2}{2}}{1000 \cdot 10 \cdot (0{,}05 - 0{,}3 \cdot 0{,}01)} = \frac{300 - 12{,}5}{10000 \cdot 0{,}047} = \frac{287{,}5}{470} \approx 0{,}61 \text{ м}.$$

Ответ: $H_{\min} \approx 0{,}61$ *м* ≈ 61 *см.*

Критерии

1. Верно записано условие выталкивания пробки (баланс сил давления). (+ 2 балла)
2. Верно определено среднее давление жидкости на пробку. (+ 2 балла)
3. Верно записана сила трения пробки о дно сосуда. (+ 2 балла)
4. Верно выведено неравенство для минимальной высоты уровня жидкости. (+ 2 балла)
5. Получен верный численный ответ. (+ 2 балла)

Задача 5. В цилиндрический сосуд, площадь основания которого равна S, налита сжимаемая жидкость массы $M = 750$ г, плотность ρ которой в результате действия силы тяжести зависит от глубины h по закону $\rho(h) = \rho_0(1 + \alpha h)$, где $\rho_0 = 1$ г/см^3, $\alpha = 0.01$ см$^{-1}$. На сколько изменится высота столба жидкости, если в нее опустить кубик массы $m = 500$ г? Известно, что кубик плавает в жидкости, целиком погрузившись в неё.

Возможное решение

Выразим массу жидкости через среднюю плотность:

$$M = \rho_{\text{ср}} h_0 S = \frac{\rho_0 + \rho}{2}\, h_0 S = \rho_0 h_0 \Big(1 + \frac{\alpha h_0}{2}\Big) S.$$

Отсюда

$$\alpha h_0^2 + 2h_0 - \frac{2M}{S\rho_0} = 0, \qquad h_0 = \frac{1}{\alpha}\left[\left(1 + \frac{2M\alpha}{S\rho_0}\right)^{1/2} - 1\right].$$

При условии плавания кубика его погружение эквивалентно увеличению общей массы жидкости:

$$h = \frac{1}{\alpha}\left[\left(1 + \frac{2(M+m)\alpha}{S\rho_0}\right)^{1/2} - 1\right].$$

Для обоснования полученного выше результата представим, что у сосуда с жидкостью убрали дно и поставили такую конструкцию на весы. С одной стороны показания весов определяются суммой масс жидкости и погруженного в него тела, а с другой – на чашу весов давит сила гидростатического давления столба жидкости (напомним, что кубик плавает в жидкости, то есть не касается дна сосуда). Увеличение показаний весов соответствует увеличению высоты столба жидкости, новое значение высоты жидкости в сосуде, таким образом, соответствует новой массе содержимого сосуда.

Изменение высоты столба жидкости в сосуде тогда:

$$\Delta h = h - h_0 = \frac{1}{\alpha}\left[\left(1 + \frac{2(M+m)\alpha}{S\rho_0}\right)^{1/2} - \left(1 + \frac{2M\alpha}{S\rho_0}\right)^{1/2}\right].$$

Ответ: $\Delta h = \frac{1}{\alpha}\left[\left(1 + \frac{2(M+m)\alpha}{S\rho_0}\right)^{1/2} - \left(1 + \frac{2M\alpha}{S\rho_0}\right)^{1/2}\right].$

Критерии

1. Верно выражена масса жидкости через зависимость плотности от глубины. (+ 2 балла)
2. Верно найдена начальная высота столба жидкости. (+ 2 балла)
3. Верно записано условие плавания кубика в сжимаемой жидкости. (+ 2 балла)
4. Верно найдена новая высота столба жидкости после погружения кубика. (+ 2 балла)
5. Получен верный ответ для изменения высоты столба. (+ 2 балла)