Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2026

Заключительный этап 15 марта 10 класс

Задача 1. Экспериментатор Глюк сидит на доске. Его ступни закреплены на доске, трения между ним и доской нет, а коэффициент трения скольжения между доской и землей равен μ. Глюк исходно сидит в положении с вытянутыми ногами. Вначале Глюк тянет ноги на себя, прикладывая постоянную горизонтальную силу F_1, чтобы приблизить свой центр масс к ступням. Когда Глюк оказывается в положении с согнутыми коленями, его скорость относительно доски мгновенно становится равной нулю за счет действия внутренних сил, при помощи которых ступни Глюка закреплены на доске. За этот процесс перемещение его центра масс относительно центра масс доски равно l. После этого они движутся как единое целое до полной остановки.

Затем Глюк отталкивается от доски с постоянной горизонтальной силой F_2, чтобы вернуться в положение с вытянутыми ногами. Как только ноги выпрямлены, скорость Глюка относительно доски мгновенно становится равной нулю. После этого система вновь движется как единое целое до полной остановки. Найдите смещение центра масс системы «Глюк+доска» за всё время движения. Масса человека равна m, масса доски равна M. Предполагается, что во время перехода между положениями вертикальная составляющая силы, действующей на ступни Глюка, отсутствует, при этом модули сил связаны неравенством $F_2 > F_1$. Ускорение свободного падения g.

Возможное решение

Рассмотрим весь процесс движения Глюка по отдельным этапам.

Действие 1. Глюк тянет ноги на себя.

В соответствии со вторым законом Ньютона ускорение Глюка относительно земли

$$a_ч = \frac{F_1}{m}. \tag{1}$$

Анализ сил, действующих на доску, показывает, что возможны два случая.

Случай 1. Когда $\mu \geq \dfrac{F_1}{(M+m)g}$ — доска не скользит. Сила трения покоя действует на доску по направлению движения Глюка, а её модуль равен F_1.

В системе отсчёта, связанной с доской:

$$a_1' = a_ч = \frac{F_1}{m}, \tag{2}$$

время проскальзывания

$$t_1 = \sqrt{\frac{2m\ell}{F_1}}. \tag{3}$$

В соответствии со вторым законом Ньютона для центра масс системы $(M+m)a_{c1} = F_1$, ускорение центра масс

$$a_{c1} = \frac{F_1}{M+m}. \tag{4}$$

Скорость центра масс в конце проскальзывания Глюка при подтягивании ног к себе:

$$v_{c1} = a_{c1}t_1 = \sqrt{\frac{2F_1 m\ell}{(M+m)^2}}. \tag{5}$$

Далее в результате неупругого взаимодействия система движется как целое, замедляясь под действием силы трения скольжения. Модуль ускорения при таком движении: $A_1 = \mu g$. Перемещение центра масс за время совершения первого действия:

$$x_{c1} = \frac{v_{c1}^2}{2a_{c1}} + \frac{v_{c1}^2}{2\mu g} = \frac{m\ell}{M+m} + \frac{F_1 m\ell}{\mu(M+m)^2 g}. \tag{6}$$

Случай 2. Когда $\mu < \dfrac{F_1}{(M+m)g}$ — доска скользит. Сила трения скольжения действует на доску по направлению движения Глюка, а её модуль равен $\mu(M+m)g$.

В соответствии со вторым законом Ньютона ускорение доски:

$$a_д = \frac{F_1 - \mu(M+m)g}{M}. \tag{7}$$

Знак выбран так, что положительное ускорение направлено в сторону движения Глюка. Относительное ускорение Глюка:

$$a_1'' = a_ч - a_д = \frac{F_1}{m} - \frac{F_1 - \mu(M+m)g}{M} = \frac{(M+m)(F_1 - \mu m g)}{Mm}. \tag{8}$$

Время проскальзывания:

$$t_1' = \sqrt{\frac{2\ell}{a_1''}} = \sqrt{\frac{2Mm\ell}{(M+m)(F_1-\mu mg)}}. \tag{9}$$

В соответствии со вторым законом Ньютона для центра масс: $(M+m)a_{c1} = \mu(M+m)g$, ускорение центра масс

$$a_{c1}' = \mu g. \tag{10}$$

Скорость центра масс в конце проскальзывания:

$$v_{c1}' = a_{c1}'t_1' = \mu g \cdot \sqrt{\frac{2Mm\ell}{(M+m)(F_1-\mu mg)}}. \tag{11}$$

Далее в результате неупругого взаимодействия система движется как целое, замедляясь под действием силы трения скольжения. Модуль ускорения при таком движении: $A_1 = \mu g$. Перемещение центра масс за время совершения первого действия:

$$x_{c1}' = \frac{v_{c1}'^2}{2a_{c1}'} + \frac{v_{c1}'^2}{2|A_1'|} = \frac{2\mu Mm\ell}{(M+m)(F_1-\mu mg)}. \tag{12}$$

Действие 2. Глюк выпрямляет ноги Рассмотрение полностью аналогично. При этом сила F_2 направлена противоположно силе F_1, поэтому перемещения будут с другим знаком. Выпишем результаты для каждого из возможных случаев.

Случай 1. $\mu \geq \dfrac{F_2}{(M+m)g}$ — доска не скользит.

$$a_2' = \frac{F_2}{m}, \quad t_2 = \sqrt{\frac{2m\ell}{F_2}}, \tag{13}$$

$$a_{c2} = \frac{F_2}{M+m}, \quad v_{c2} = \sqrt{\frac{2F_2m\ell}{M+m}}, \tag{14}$$

$$x_{c2} = -\frac{m\ell}{M+m} - \frac{F_2m\ell}{\mu(M+m)^2g}. \tag{15}$$

Случай 2. $\mu < \dfrac{F_2}{(M+m)g}$ — доска скользит.

$$a_д = \frac{F_2-\mu(M+m)g}{M}, \tag{16}$$

$$t_2' = \sqrt{\frac{2Mm\ell}{(M+m)(F_2-\mu mg)}}, \tag{17}$$

$$v_{c2}' = -\mu g \cdot \sqrt{\frac{2Mm\ell}{(M+m)(F_2-\mu mg)}}, \tag{18}$$

$$x_{c2}' = -\frac{2\mu Mmg\ell}{(M+m)(F_2-\mu mg)}. \tag{19}$$

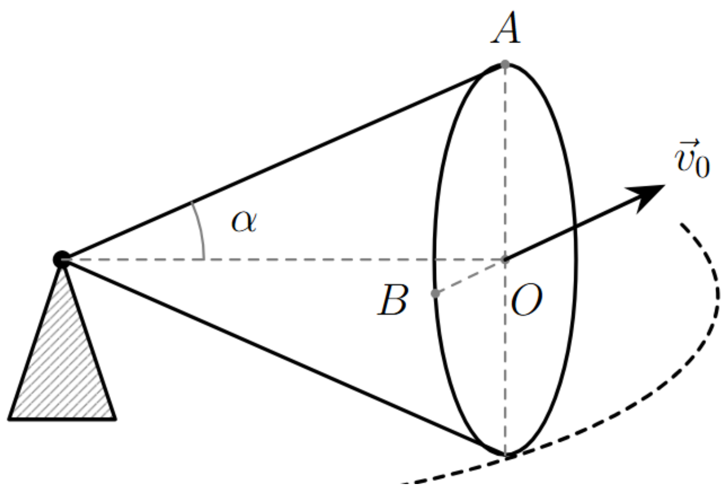
Получим окончательное выражение для смещения X. Суммируя перемещения от обоих действий, получаем

$$X = \begin{cases} \dfrac{(F_1-F_2)m\ell}{\mu g(M+m)^2}, & \mu \geq \dfrac{F_2}{(M+m)g}, \\ \dfrac{m\ell}{M+m} + \dfrac{F_1m\ell}{\mu g(M+m)^2} - \dfrac{2\mu Mmg\ell}{(M+m)(F_2-\mu mg)}, & \dfrac{F_2}{(M+m)g} > \mu \geq \dfrac{F_1}{(M+m)g}, \\ \dfrac{2\mu Mmg\ell}{(M+m)}\left(\dfrac{1}{F_1-\mu mg} - \dfrac{1}{F_2-\mu mg}\right), & \dfrac{F_1}{(M+m)g} > \mu > 0. \end{cases}$$

Критерии

1. Сделан анализ сил, действующих на Глюка, и получено его ускорение относительно земли при подтягивании ног. (+1 балл)
2. Рассмотрены два возможных случая: доска не скользит и доска скользит. Сформулированы условия для коэффициента трения μ, разделяющие эти случаи. (+1 балл)
3. Для случая, когда доска не скользит ($\mu \geq F_1/((M+m)g)$):
   - Верно найдено относительное ускорение Глюка относительно доски и время проскальзывания. (+1 балл)
   - Верно найдено ускорение центра масс и его скорость в конце проскальзывания. (+1 балл)
   - Верно найдено перемещение центра масс за первое действие. (+1 балл)
4. Для случая, когда доска скользит ($\mu < F_1/((M+m)g)$):
   - Верно найдено ускорение доски, относительное ускорение Глюка и время проскальзывания. (+1 балл)
   - Верно найдено ускорение центра масс и его скорость в конце проскальзывания. Верно найдено перемещение центра масс за первое действие. (+1 балл)
5. Аналогично проведён анализ для второго действия (выпрямление ног) с силой F_2:
   - Получены верные результаты для случая, когда доска не скользит. (+1 балл)
   - Получены верные результаты для случая, когда доска скользит. (+1 балл)
6. Суммированы перемещения центра масс от обоих действий для каждого из трёх возможных диапазонов μ (с учётом $F_2 > F_1$). Получены окончательные выражения для смещения центра масс системы во всех трёх случаях. (+1 балл)

Задача 2. Конус с радиусом основания r и углом полураствора $\alpha = 30^\circ$ (см. рис.) катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности так, что его вершина остаётся неподвижной, а ось конуса горизонтальна. Точка O в центре основания конуса движется с постоянной по модулю скоростью v_0. Найдите отношение v_A/v_B скорости точки A конуса к скорости точки B конуса относительно поверхности.



Возможное решение

Рассмотрим движение конуса. Так как вершина конуса неподвижна, а конус катится без проскальзывания, то в каждый момент времени существует мгновенная ось вращения, проходящая через неподвижную вершину и точку касания конуса с поверхностью.

Высота конуса:

$$h = r \cdot \operatorname{ctg} \alpha. \tag{1}$$

Центр основания O движется по окружности радиуса h в горизонтальной плоскости с линейной скоростью v_0. Эта скорость обусловлена вращением конуса вокруг вертикальной оси, проходящей через вершину.

Найдём угловую скорость вращения вокруг вертикальной оси. Точка O удалена от вертикальной оси на расстояние h:

$$\omega_1 = \frac{v_0}{h} = \frac{v_0 \operatorname{tg} \alpha}{r}. \tag{2}$$

Кроме того, конус вращается вокруг своей оси (горизонтальной). Угловая скорость этого вращения связана с тем, что конус катится по поверхности без проскальзывания. Линейная скорость точек образующей, касающейся поверхности, должна быть равна нулю. Рассмотрим точку касания конуса с плоскостью. Она принадлежит основанию конуса и находится на расстоянии r от оси конуса. Скорость этой точки относительно вершины равна $\omega_2 r$. Для выполнения условия отсутствия проскальзывания эта скорость должна компенсироваться вращением вокруг вертикальной оси. Из геометрии (см. рисунок) получаем:

$$\omega_2 = \frac{v_0}{r}. \tag{3}$$

Мгновенная угловая скорость вращения конуса является векторной суммой этих двух угловых скоростей. Так как оси вращения перпендикулярны, модуль полной угловой скорости равен:

$$\omega = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2} = \sqrt{\left(\frac{v_0 \operatorname{tg} \alpha}{r}\right)^2 + \left(\frac{v_0}{r}\right)^2} = \frac{v_0}{r}\sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 1} = \frac{v_0}{r \cos \alpha}. \tag{4}$$

Расстояние от точки B (наиболее удалённой точки основания) до мгновенной оси вращения обозначим как $O'B$. Мгновенная ось проходит через вершину и точку касания. В треугольнике, образованном вершиной, центром основания O и точкой B, можно найти:

$$O'B = \sqrt{r^2 + (r \cos \alpha)^2} = r\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}. \tag{5}$$

Тогда скорость точки B:

$$v_B = \omega \cdot O'B = \frac{v_0}{r \cos \alpha} \cdot r\sqrt{1 + \cos^2 \alpha} = v_0 \sqrt{\frac{1 + \cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}. \tag{6}$$

Верхняя точка конуса A находится в 2 раза дальше от оси вращения по сравнению с точкой O, следовательно, скорость точки A равна $v_A = 2v_0$.

Искомое отношение

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{2}{\sqrt{\frac{1+\cos^2 \alpha}{\cos^2 \alpha}}} = \frac{2 \cos \alpha}{\sqrt{1 + \cos^2 \alpha}}. \tag{7}$$

Для $\alpha = 30^\circ$, $\cos\alpha = \sqrt{3}/2$:

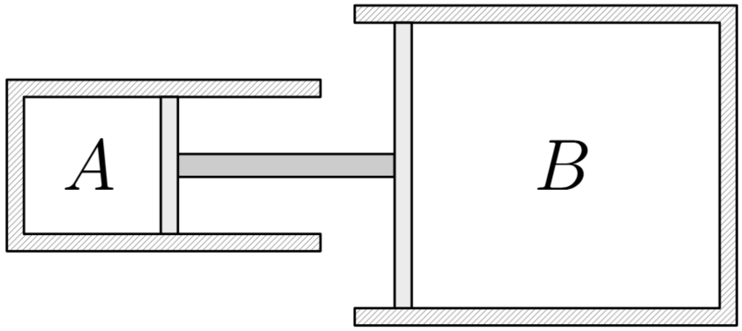
$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{2 \cdot (\sqrt{3}/2)}{\sqrt{1 + 3/4}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}. \tag{8}$$

$$\textit{Ответ:}\ \frac{v_A}{v_B} = \frac{2\cos\alpha}{\sqrt{1 + \cos^2\alpha}} = \frac{2\sqrt{21}}{7}.$$

Критерии

1. Записано выражение для высоты конуса через радиус основания и угол полураствора. (+1 балл)
2. Обосновано, что центр основания O движется по окружности радиуса h с линейной скоростью v_0, и найдена угловая скорость вращения конуса вокруг вертикальной оси. (+1 балл)
3. Из условия отсутствия проскальзывания найдена угловая скорость вращения конуса вокруг своей горизонтальной оси. (+2 балла)
4. Найдена полная мгновенная угловая скорость вращения конуса. (+1 балл)
5. Определено расстояние от точки B до мгновенной оси вращения. (+1 балл)
6. Найдена скорость точки B. (+1 балл)
7. Обосновано, что скорость точки A равна $v_A = 2v_0$. (+1 балл)
8. Получено выражение для отношения скоростей v_A/v_B (7). (+1 балл)
9. Для заданного угла $\alpha = 30^\circ$ получен численный ответ $\dfrac{2\sqrt{21}}{7}$. (+1 балл)

Задача 3. Поршни двух цилиндров A и B соединены съёмным невесомым жёстким стержнем. Поршни, стенки цилиндров и стержень не проводят теплоту. Поршни могут свободно скользить без трения. Площади поперечного сечения цилиндров равны S_0 и $4S_0$ соответственно. В цилиндре B имеется электронагреватель. Атмосферное давление p_0. Универсальная газовая постоянная R.



При снятом стержне в каждый из цилиндров A и B помещено ν_0 моль одноатомного идеального газа при температуре T_0. Затем устанавливают стержень таким образом, что в момент установки механическое напряжение в нём отсутствует. После этого включают нагреватель, который подводит тепло с достаточно малой мощностью, так что температура газа в цилиндре B медленно повышается на ΔT (при этом $\Delta T \ll T_0$), после чего нагрев прекращают.

1. Найдите температуру и давление газа в цилиндре A после окончания нагревания.

2. Найдите полное количество теплоты, подведённое системе в процессе нагревания.

Примечание: При $x \ll 1$ справедлива формула приближенных вычислений $(1+x)^\alpha \approx 1 + \alpha x$.

Возможное решение

До присоединения стержня объёмы цилиндров A и B:

$$V_{A0} = V_{B0} = \frac{\nu_0 R T_0}{p_0}. \tag{1}$$

После присоединения стержня поршни не движутся. После начала нагревания при достижении равновесия обозначим давления в цилиндрах A и B как p_{A1} и p_{B1}, а силу в стержне как F (положительное направление соответствует сжатию стержня). Условия равновесия поршней:

$$\begin{cases} p_0 S_0 + F = p_{A1} S_0, \\ 4p_0 S_0 + F = 4p_{B1} S_0. \end{cases} \tag{2}$$

Отсюда

$$4p_{B1} - p_{A1} = 3p_0 \quad \Rightarrow \quad 4\Delta p_B = \Delta p_A, \tag{3}$$

где $\Delta p_A = p_{A1} - p_0$, $\Delta p_B = p_{B1} - p_0$.

Пусть объём цилиндра A уменьшился на ΔV_A, а объём цилиндра B увеличился на ΔV_B. Из условия жёсткости стержня и равенства перемещений поршней:

$$\Delta V_B = 4\Delta V_A. \tag{4}$$

Уравнения состояния газов:

$$\begin{cases} p_{A1}(V_{A0} - \Delta V_A) = \nu_0 R T_A, \\ p_{B1}(V_{B0} + \Delta V_B) = \nu_0 R (T_0 + \Delta T). \end{cases} \tag{5}$$

Газ в цилиндре A претерпевает адиабатический процесс, так как стенки и поршень не проводят тепло:

$$p_{A1}(V_{A0} - \Delta V_A)^\gamma = p_0 V_{A0}^\gamma, \tag{6}$$

где $\gamma = 5/3$. Поскольку все изменения малы, линеаризуем (6):

$$p_{A1} \approx p_0 + \frac{p_0 \gamma \Delta V_A}{V_{A0}}. \tag{7}$$

Подставим (1) и (7) в уравнения состояния (5), учитывая (4) и $V_{A0} = V_{B0}$:

$$\left(p_0 + \frac{p_0 \gamma \Delta V_A}{V_{A0}}\right)(V_{A0} - \Delta V_A) = \nu_0 R T_A, \tag{8}$$

$$\left(p_0 + \frac{p_0 \gamma \Delta V_A}{4V_{A0}}\right)(V_{A0} + 4\Delta V_A) = \nu_0 R (T_0 + \Delta T). \tag{9}$$

Раскрывая скобки и пренебрегая членами второго порядка малости ($\sim (\Delta V_A)^2$), получим:

$$p_0 V_{A0} + p_0\gamma\Delta V_A - p_0\Delta V_A = \nu_0 R T_A, \tag{10}$$
$$p_0 V_{A0} + \frac{p_0\gamma\Delta V_A}{4} + 4p_0\Delta V_A = \nu_0 R(T_0 + \Delta T). \tag{11}$$

Учитывая, что $p_0 V_{A0} = \nu_0 R T_0$, из (10) и (11) находим:

$$\nu_0 R(T_A - T_0) = p_0\Delta V_A(\gamma - 1), \tag{12}$$
$$\nu_0 R\Delta T = p_0\Delta V_A\left(\frac{\gamma}{4} + 4\right). \tag{13}$$

Из (13) выражаем ΔV_A:

$$\Delta V_A = \frac{\nu_0 R\Delta T}{p_0\left(\frac{\gamma}{4} + 4\right)} = \frac{4\nu_0 R\Delta T}{p_0(16 + \gamma)}. \tag{14}$$

Подставляя $\gamma = 5/3$:

$$\Delta V_A = \frac{4\nu_0 R\Delta T}{p_0(16 + 5/3)} = \frac{12\nu_0 R\Delta T}{53p_0}. \tag{15}$$

Из (12) находим приращение температуры газа в цилиндре A:

$$\nu_0 R\Delta T_A = p_0\Delta V_A(\gamma - 1) = p_0 \cdot \frac{12\nu_0 R\Delta T}{53p_0} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8\nu_0 R\Delta T}{53}, \tag{16}$$

откуда

$$\Delta T_A = \frac{8}{53}\Delta T, \quad T_A = T_0 + \frac{8}{53}\Delta T. \tag{17}$$

Давление в цилиндре A из (7):

$$p_{A1} = p_0\left(1 + \frac{\gamma\Delta V_A}{V_{A0}}\right) = p_0\left(1 + \frac{5/3}{V_{A0}} \cdot \frac{12\nu_0 R\Delta T}{53p_0}\right) = p_0\left(1 + \frac{20}{53} \cdot \frac{\nu_0 R\Delta T}{p_0 V_{A0}}\right). \tag{18}$$

Так как $p_0 V_{A0} = \nu_0 R T_0$, то

$$p_{A1} = p_0\left(1 + \frac{20\Delta T}{53T_0}\right). \tag{19}$$

Количество теплоты: Применяя первый закон термодинамики ко всей системе:

$$Q = \Delta U_A + \Delta U_B - A_{\text{атм}}, \tag{20}$$

где $A_{\text{атм}}$ — работа атмосферы над системой. Работа атмосферы:

$$A_{\text{атм}} = p_0(\Delta V_A - \Delta V_B) = p_0(\Delta V_A - 4\Delta V_A) = -3p_0\Delta V_A = -3p_0 \cdot \frac{12\nu_0 R\Delta T}{53p_0} = -\frac{36\nu_0 R\Delta T}{53}. \tag{21}$$

Изменения внутренней энергии:

$$\Delta U_A = \frac{3}{2}\nu_0 R\Delta T_A = \frac{3}{2}\nu_0 R \cdot \frac{8}{53}\Delta T = \frac{12\nu_0 R\Delta T}{53}, \tag{22}$$
$$\Delta U_B = \frac{3}{2}\nu_0 R\Delta T. \tag{23}$$

Подставляя (21), (22) и (23) в (20):

$$Q = \frac{12\nu_0 R\Delta T}{53} + \frac{3}{2}\nu_0 R\Delta T - \left(-\frac{36\nu_0 R\Delta T}{53}\right) = \frac{255\nu_0 R\Delta T}{106}. \tag{24}$$

Ответ:

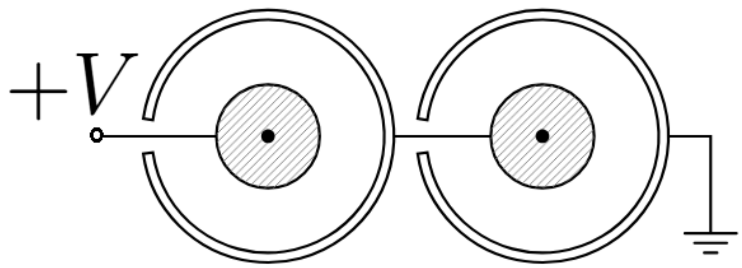
1. $T_A = T_0 + \frac{8}{53}\Delta T, \quad p_{A1} = p_0\left(1 + \frac{20\Delta T}{53T_0}\right).$
2. $Q = \frac{255\nu_0 R\Delta T}{106}.$

Критерии

1. Получены начальные объёмы газов в цилиндрах с использованием уравнения состояния идеального газа. (+1 балл)
2. Записаны условия равновесия поршней после нагревания, из которых получена связь между давлениями. (+1 балл)
3. Записаны уравнения состояния газов после нагревания с учетом связи между изменениями объёмов. (+1 балл)
4. Записано условие адиабатичности процесса в цилиндре A. (+1 балл)
5. Верно найдено изменение объёма ΔV_A с пренебрежением величинами второго порядка малости. (+1 балл)
6. Верно найдено изменение температуры газа в цилиндре A и его конечная температура. (+1 балл)
7. Верно найдено конечное давление газа в цилиндре A. (+1 балл)
8. Записан первый закон термодинамики для всей системы или аналогичные выражения для каждого из цилиндров. (+1 балл)
9. Найдена работа атмосферы. (+1 балл)
10. Получено выражение для подведённого количества теплоты. (+1 балл)

Задача 4. Сферический конденсатор состоит из проводящего сферического слоя со внутренним радиусом b и толщиной стенок d и металлического шара радиуса a. Центры сферического слоя и шара совпадают. Электрическая постоянная равна ε_0.

1. Внутренний шар заземляют, оставляя внешний слой незаземлённым. Каким будет отношение $\frac{q_{\text{внеш}}}{q_{\text{внутр}}}$ заряда внешней поверхности сферической оболочки к заряду внутренней поверхности, если внешнюю оболочку зарядить?
2. Возьмём две одинаковые системы из пункта 1 и расположим их очень далеко друг от друга (расстояние между шарами на рисунке преуменьшено). В одной из систем внешний слой заземлен, а внутренний шар соединен со внешним слоем другой системы. Какова ёмкость C подобной системы, если напряжение подается на внутренний шар второй системы?



Возможное решение

1. Описанная в условии система эквивалентна параллельному соединению двух ёмкостей: C_1 — ёмкость между внешней оболочкой и внутренним шаром (шар при этом заземлен), и C_2 — ёмкость внешнего сферического слоя радиуса $b+d$. При этом ёмкость C_1 – это ёмкость сферического конденсатора с радиусами сферических оболочек a и b:

$$C_1 = 4\pi\varepsilon_0 \frac{ab}{b-a},$$

а ёмкость C_2 – ёмкость уединенного сферического слоя определяется, как отношение заряда проводника к потенциалу его поверхности при отсчете потенциала от 0 на пространственной бесконечности:

$$C_2 = 4\pi\varepsilon_0(b+d).$$

Поскольку потенциалы внешней и внутренней поверхностей внешней оболочки равны, имеем

$$\frac{q_{\text{внутр}}}{C_1} = \frac{q_{\text{внеш}}}{C_2},$$

откуда

$$\frac{q_{\text{внеш}}}{q_{\text{внутр}}} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{(b+d)(b-a)}{ab}.$$

2. Рассмотрим две системы, расположенные далеко друг от друга. В системе I внешний слой заземлён, внутренний шар соединён с внешним слоем системы II. Напряжение подаётся на внутренний шар системы II. Поскольку системы находятся далеко, их взаимной ёмкостью можно пренебречь.

   Данная система эквивалентна последовательному соединению ёмкости C_1 (ёмкость между шаром и оболочкой системы II) с параллельно соединёнными ёмкостями C_2 (ёмкость внешней оболочки системы II) и C_1 (ёмкость между шаром и оболочкой системы I).

   В соответствии с законами параллельного и последовательного соединения конденсаторов общая ёмкость:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_1}.$$

После преобразований получаем

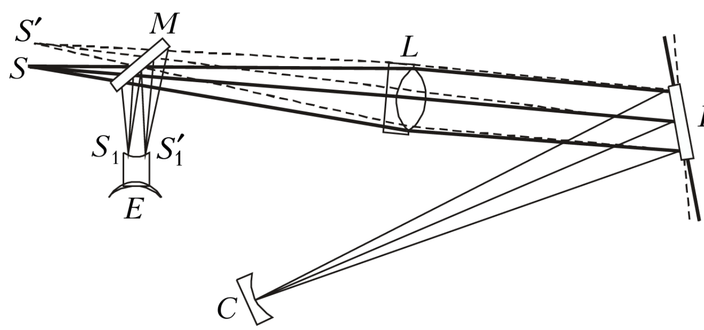
$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a} \cdot \frac{ab + (b+d)(b-a)}{2ab + (b+d)(b-a)}.$$

Ответ: 1. $\frac{q_{\text{внеш}}}{q_{\text{внутр}}} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{(b+d)(b-a)}{ab}$. 2. $C = \frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a} \cdot \frac{ab + (b+d)(b-a)}{2ab + (b+d)(b-a)}$..

Критерии

1. Обосновано, что система эквивалентна параллельному соединению двух ёмкостей: C_1 (между шаром и внутренней поверхностью оболочки) и C_2 (ёмкость внешней поверхности оболочки). (+1 балл)
2. Записано выражение для ёмкости C_1 как ёмкости сферического конденсатора. (+1 балл)
3. Записано выражение для ёмкости C_2 как ёмкости уединённого сферического слоя. (+2 балла)
4. Использовано условие равенства потенциалов внешней и внутренней поверхностей оболочки, получено искомое отношение $\frac{q_{\text{внеш}}}{q_{\text{внутр}}}$. (+2 балла)
5. Обосновано, что в системе II ёмкость между шаром и оболочкой равна C_1, а ёмкость внешней оболочки относительно земли равна C_2. (+1 балл)
6. Определена эквивалентная схема соединения: ёмкость C_1 системы II соединена последовательно с параллельно соединёнными ёмкостями C_2 (внешняя оболочка системы II) и C_1 (ёмкость между шаром системы I и заземлённой оболочкой). (+1 балл)
7. Верно записана формула эквивалентной ёмкости для последовательного соединения конденсаторов. (+1 балл)
8. Верно получено окончательное выражение для ёмкости системы. (+1 балл)

Задача 5. На рисунке ниже показана установка, использованная Жаном Бернаром Фуко (1819–1868) для измерения скорости света. На схеме E — окулярный микрометр, M — неподвижное плоское зеркало, L — собирающая линза. R — вращающееся плоское зеркало. Зеркало C, на поверхности которого формируется промежуточное действительное изображение источника, закреплено на дуге окружности радиуса a. Центр этой окружности лежит на оси вращения быстровращающегося плоского зеркала R, ось вращения которого перпендикулярна плоскости рисунка. Зеркало R вращается по часовой стрелке с угловой скоростью ω. Расстояние от мнимого источника S до линзы равно l, расстояние от линзы до оси вращения зеркала равно b. Свет, испущенный из точки S_1, после прохождения через систему вновь даёт изображение в точке S_1'; измеренное расстояние между этими точками равно y. Найдите скорость света c.



Возможное решение

Свет, отразившись от зеркала R, проходит путь до зеркала C, на поверхности которого формируется промежуточное изображение S'', в соответствии с законом отражения точка фокусировки лучей сама становится изображением, лучи от которого возвращаются обратно к зеркалу R. На это затрачивается время t, за которое зеркало R поворачивается на угол θ.

Время прохождения света от зеркала R до зеркала C и обратно:

$$t = \frac{2a}{c}. \tag{1}$$

За это время зеркало R поворачивается на угол:

$$\theta = \omega t = \frac{2a\omega}{c}. \tag{2}$$

В результате после отражения от R лучи поворачиваются на угол 2θ от первоначального направления. Это соответствует линейному смещению изображения S'' на расстояние:

$$Y = 2a\theta = \frac{4a^2\omega}{c}. \tag{3}$$

Это смещение наблюдается в окуляре E. Оптическая система (линза L и зеркало R) переносит изображение из плоскости зеркала C в плоскость окуляра E с увеличением. Поскольку расстояние от линзы до мнимого источника S равно l, а расстояние от линзы до оси вращения зеркала R равно b, то увеличение системы:

$$\Gamma = \frac{l}{a+b}. \tag{4}$$

Тогда измеряемое смещение y в окуляре:

$$y = \Gamma \cdot Y = \frac{l}{a+b} \cdot \frac{4a^2\omega}{c}. \tag{5}$$

Из полученного соотношения (5) выражаем скорость света:

$$c = \frac{4a^2 l\omega}{y(a+b)}. \tag{6}$$

Ответ: $c = \dfrac{4a^2 l\omega}{y(a+b)}$.

Критерии

1. Записано время прохождения света от зеркала R до зеркала C и обратно через скорость света. (+1 балл)
2. Записано выражение для угла поворота зеркала R за это время. (+1 балл)
3. Обосновано, что после отражения от повернувшегося зеркала лучи поворачиваются на угол 2θ относительно первоначального направления. (+2 балла)
4. Записано выражение для линейного смещения изображения S'' в плоскости зеркала C через угол поворота. (+1 балл)
5. Обосновано, что оптическая система (линза L и зеркало R) переносит изображение из плоскости зеркала C в плоскость окуляра E с увеличением Γ. (+2 балла)
6. Записано выражение для увеличения оптической системы. (+1 балл)
7. Записано соотношение между измеряемым смещением y в окуляре и смещением Y в плоскости зеркала C через увеличение. (+1 балл)
8. Из полученного соотношения выражена скорость света. (+1 балл)